

MINISTERE DE L'EDUCATION
DIRECTION REGIONALE DE SILIANA

Année scolaire : 2015 – 2016

Lycée secondaire Kesra

Lycée chebi Kesra

BAC BLANC

EPREUVE : MATHEMATIQUES

CLASSE : 4^{ème}

Coefficient : 3

Durée : 3 Heures

Les calculatrices scientifiques sont autorisées conformément à la réglementation en vigueur

Le sujet est composée de 5 exercices indépendants.

La clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation de la copie.

Le sujet comporte une annexe à rendre avec la copie

Proposé par : Bahri Tmim

Bouhani Allala

Exercice n° 1 :(3 Pts)

Cocher la réponse exacte en justifiant votre réponse.

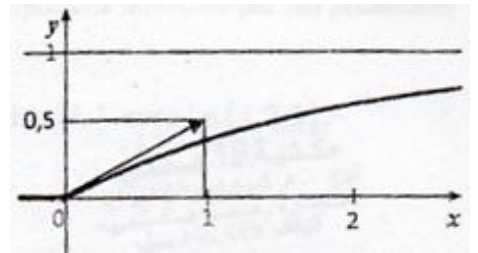
1- Soit f une fonction définie sur \mathbb{R}^* par : $f(x) = e^x \ln(x^2)$, alors :

- a) $f(x) \geq 0$ b) $f(x) \leq 0$ c) f ne garde pas une signe constant sur \mathbb{R}^*

2- Pour une loi exponentielle de paramètre λ , ($\lambda > 0$) , la densité de probabilité est une solution de l'équation différentielle :

- a) $y'' + \lambda^2 y = 0$ b) $y' + \lambda y = 0$ c) $y' - \lambda y = 0$

3) La courbe ci-contre est celle de la fonction de répartition d'une variable aléatoire qui suit une loi exponentielle de paramètre λ . Alors :



- a) $\lambda = 1$ b) $\lambda = 0,5$ c) $\lambda = 2$

Exercice n° 2 : (3,5 Pts)

Le tableau suivant donne l'évolution du profit annuel en millions de dinars, d'une entreprise de l'année 2000 à l'année 2006.

Année	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
Rang de l'année (x_i)	1	2	3	4	5	6	7
Profit annuel (y_i)	1,26	1,98	2,28	2,62	2,84	3	3,2

1-a) Calculer : \bar{X} , \bar{Y} , σ_X et σ_Y .

b) Calculer le coefficient de corrélation linéaire r de cette série statistique.

2- On désigne par $z_i = e^{y_i}$.

a) Recopier puis compléter le tableau suivant . (les résultats seront arrondis au centième)

x_i	1	2	3	4	5	6	7
$z_i = e^{y_i}$							

b) Calculer le coefficient de corrélation linéaire r' entre les caractères x_i et z_i .

c) Déterminer une équation de la droite de régression de z en x .

d) En déduire y en fonction de x .

3) On suppose que l'évolution du profit annuel se poursuit suivant ce modèle.

a) Calculer le profit annuel, exprimé en millions de dinars, attendu pour l'année 2016.

b) Déterminer à partir de quelle année le profit annuel initial (celui de l'année 2000) aura au moins triplé.

Exercice n° 3 : (5,5 Pts)

Soit la fonction f définie sur $[0, +\infty[$ par : $f(x) = x + \ln(1 + e^{-2x})$. On désigne par (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

- 1) a) Montrer que f est dérivable sur $[0, +\infty[$ et que $f'(x) = \frac{1 - e^{-2x}}{1 + e^{-2x}}$.
b) Dresser son tableau de variation de f .
- 2) a) Montrer que la droite $D : y = x$ est une asymptote à (C) au voisinage de $+\infty$.
b) Etudier la position relative de (C) et D .
c) Tracer (C) et D . **(Dans l'annexe)**
- 3) a) Vérifier que $\frac{1}{1+t} \leq 1 \quad \forall t \geq 0$, puis en déduire que pour tout $x \geq 0 : \ln(1 + e^{-2x}) \leq e^{-2x}$.
b) Soit \mathcal{A} l'aire de la partie du plan limitée par la courbe (C) et les droites d'équations :
 $y = 0$, $x = 0$ et $x = 1$. Montrer que : $\frac{1}{2} \leq \mathcal{A} \leq 1 - \frac{1}{2e^2}$.
- 4) Soit (U_n) la suite définie sur \mathbb{N} par : $U_0 = \ln 2$ et pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $U_n = \int_0^{\ln 2} [f'(x)]^n dx$
 - a) Calculer U_1 .
 - b) Montrer que pour tout $x \in [0, \ln 2] : 0 \leq f'(x) \leq \frac{3}{5}$.
 - c) En déduire que pour tout $n \in \mathbb{N} : 0 \leq U_n \leq (\frac{3}{5})^n \ln 2$.
 - d) Déterminer alors la limite de la suite (U_n) en $+\infty$.

Exercice n°4 : (4,5 Pts)

I - Le graphique (C_h) représenté sur l'annexe ci-jointe est la représentation dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) d'une fonction h définie et dérivable sur \mathbb{R} . La courbe (C_h) admet :

- La droite $D : y = 1$ une asymptote horizontale au voisinage de $+\infty$.
- Une branche parabolique de direction celle de (O, \vec{j}) au voisinage de $-\infty$.
- La droite Δ la tangente au point d'abscisse 0.

En utilisant le graphique :

- 1) Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x)$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{h(x)}{x}$ et $h'(2)$.
- 2) Soit g la restriction de h à $] -\infty, 2]$.

a) Montrer que g réalise une bijection de $] - \infty, 2]$ sur un intervalle J que l'on précisera.

b) Déterminer $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{g^{-1}(x)}{x}$ et $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{g^{-1}(x)}{x}$.

c) Construire $(C_{g^{-1}})$ dans le même repère. **(sur l'annexe)**

II - Soit l'équation différentielle (E) : $y' + y = 1 + e^{-x}$.

1) Vérifier que la fonction f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = 1 + xe^{-x}$ est une solution de (E).

2) Résoudre l'équation différentielle (E_0) : $y' + y = 0$.

3) a) Montrer qu'une fonction U est une solution de (E) équivaut à $(U - f)$ est une solution de (E_0) .

b) En déduire toutes les solutions de (E).

c) Déterminer la fonction h solution de (E) vérifiant $h(0) = 0$.

4) On suppose que la courbe (C_h) donnée sur l'annexe est la représentation graphique de la

fonction h définie par : $h(x) = 1 + (x - 1)e^{-x}$. Calculer : $\int_0^1 g^{-1}(x) dx$

Exercice n°5 :(3,5 Pts)

Dans tout l'exercice les résultats sont donnés à 10^{-3} près.

I - Un test de dépistage d'une maladie responsable à la disparition des lapins a fournit les renseignements suivants :

- 70 % des lapins sont malades.
- Si un lapin est malade, le test est positif dans 93 % des cas.
- Si un lapin n'est pas malade, le test est positif dans 5 % des cas.

On considère les évènements suivant : M : « le lapin est malade » et T : « le test est positif ».

1) a) Donner l'arbre de probabilité qui modélise cette situation.

b) Montrer que $p(T) = 0,666$.

2) Sachant que le test est positif, déterminer la probabilité qu'un lapin soit malade.

3) On choisit au hasard 5 lapins.

Déterminer la probabilité de l'évènement A : « 4 lapins ont un test positif ».

II - On suppose qu'un virus responsable à cette maladie a une durée de vie X exprimée en heures qui suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda = 0.01$.

1) a) Déterminer la probabilité que le virus persiste dans l'organisme du lapin plus que 4 jours.

b) Sachant que le virus a persisté plus que 4 jours, quelle est la probabilité qu'il persiste moins

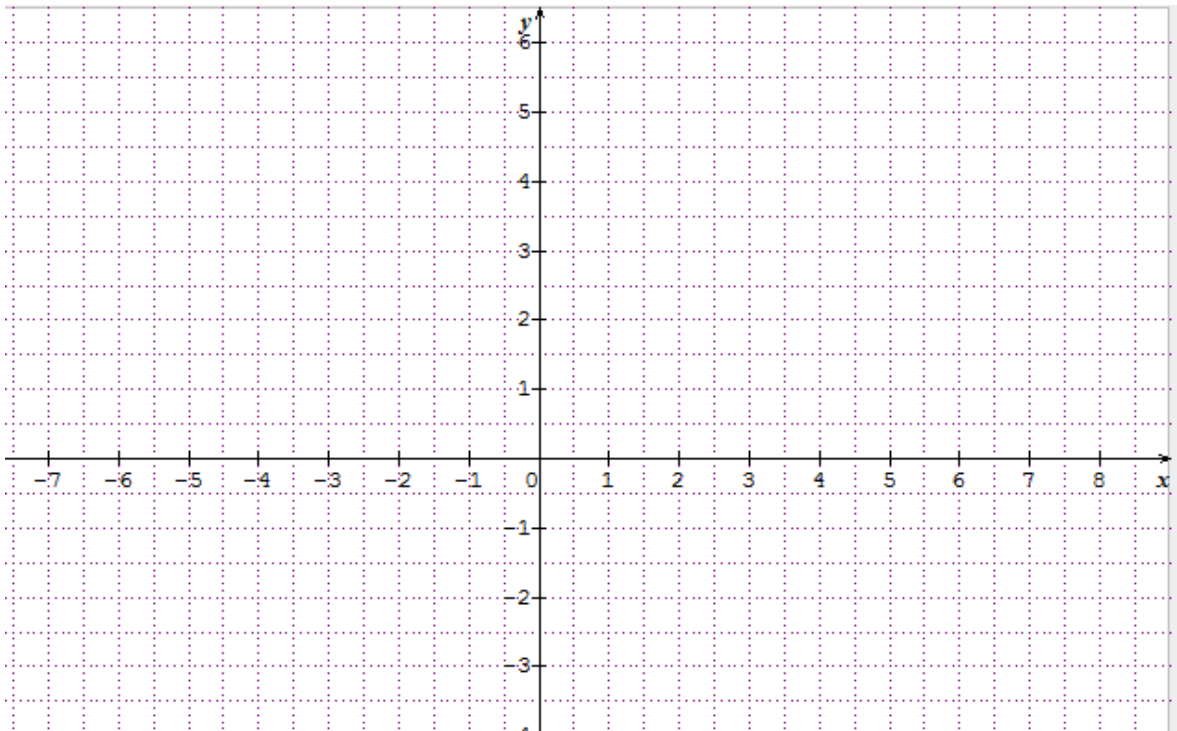
qu'une semaine.

2) Déterminer, en jours (en heure prés), le temps t tel que $p(X \geq t) = p(X \leq t)$.

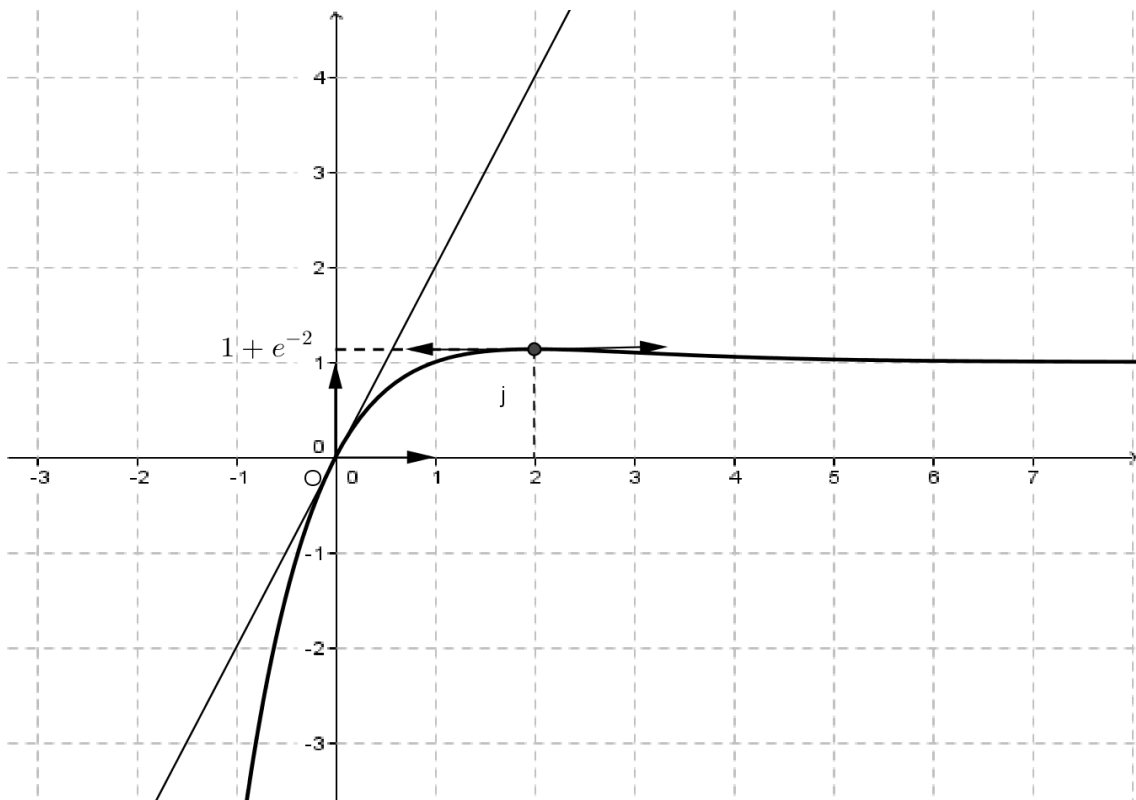
Annexe à rendre avec la copie

Nom : Prénom :

Exercice n°3



n°4 :



Exercice

