

Exercice : 1 (3pts)

- 1) Résoudre l'équation différentielle $(E_0): y' - 3y = 0$
- 2) On donne l'équation différentielle $(E): y' - 3y = \cos x e^{3x}$.
 - a/ Montrer que la fonction h définie sur \mathbb{R} par $h(x) = (\sin x)e^{3x}$ est une solution de l'équation (E) .
 - b/ Montrer qu'une fonction f est une solution de (E) si et seulement si la fonction $(f - h)$ est une solution de (E_0) .
 - c/ En déduire les solutions de (E) .
- 3) Déterminer la solution f_0 de (E) qui s'annule en $\frac{\pi}{4}$.
- 4) Déterminer la solution f_1 de (E) dont sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) est le graphique ci-contre (Figure 1) :

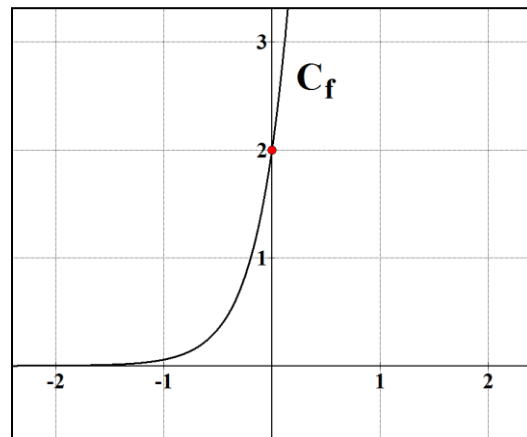


Figure 1

Exercice : 2 (4pts)

Craignant une propagation de grippe infectieuse, un service de santé d'une ville de 50000 habitants a relevé le nombre de consultations hebdomadaires concernant cette grippe dans cette ville pendant 6 semaines. Ces semaines ont été numérotées de 1 à 6.

On a noté x_i les rangs successifs des semaines et y_i le nombre de consultations correspondantes :

Rang de la semaine : x_i	1	2	3	4	5	6
Nombre de consultations : y_i	540	720	980	1320	1800	2420

- 1) a/ Trouver l'équation de la droite d'ajustement affine $y = ax + b$ par la méthode des moindres carrés. (le coefficient obtenus par la calculatrice seront données à 0.01 près)
- b/ A la septième semaine le nombre de consultations a été **3278**. Le modèle d'ajustement affine précédant a été rejeté par le service de santé. Justifier pourquoi ?
- 2) On décide d'effectuer un ajustement exponentiel, on pose $z_i = \ln(y_i)$.

Recopier et compléter le tableau suivant en arrondissant les z_i à 0,01 près.

Rang de la semaine : x_i	1	2	3	4	5	6
$z_i = \ln(y_i)$				7.19		

- 3) a/ Trouver l'équation de la droite de régression de z en x par la méthode des moindres carrés. (le coefficient obtenus par la calculatrice seront données à 0.01 près)
- b/ En déduire que $y = 395e^{0.3x}$
- 4) En utilisant ce modèle, trouver par le calcul :
 - a/ Une vérification de l'estimation du nombre de consultations à la **7^{ème}** semaine (arrondir à l'unité)
 - b/ Une estimation du nombre de consultations à la **10^{ème}** semaine (arrondir à l'unité)
 - c/ La semaine à partir de laquelle le nombre de consultation dépassera **25%** de la population.

Exercice : 3 (5pts)

Soit f une fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = \frac{x - e^{-x}}{x + e^{-x}}$. f' et f'' ses fonctions dérivée et dérivée seconde sur \mathbb{R} .

Soit g la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par $g(x) = \frac{\ln x}{x^2} - \frac{1}{x} + 1$

On désigne par :

- * C_f la courbe représentative de la fonction f .
 - La droite d'équation $y = 1$ est une asymptote horizontale à la courbe C_f au voisinage de $+\infty$
 - La droite d'équation $y = -1$ est une asymptote horizontale à la courbe C_f au voisinage de $-\infty$
- * $C_{f'}$ la courbe représentative de la fonction dérivée f' .
 - L'axe des abscisses est une asymptote horizontale à la courbe $C_{f'}$ au voisinage de $-\infty$ et $+\infty$
- * $C_{f''}$ la courbe représentative de la fonction dérivée seconde f'' .
 - L'axe des abscisses est une asymptote horizontale à courbe $C_{f''}$ au voisinage de $-\infty$ et $+\infty$
- * C_g la courbe représentative de la fonction g .
 - La droite d'équation $y = 1$ est une asymptote horizontale à la courbe C_g au voisinage de $+\infty$
 - L'axe des abscisses est une asymptote verticale à la courbe C_g

Dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) on a représenter les courbes C_f , $C_{f'}$, $C_{f''}$ et C_g . (Voir figure 2 page 3/4)

Par lecture graphique :

Pour chacune des questions suivantes une seule des trois réponses proposées est exacte. Indiquer le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée :

		a	b	c
1	$\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x)) =$	$-\infty$	-1	0
2	$\lim_{x \rightarrow +\infty} (g \circ f)(x) =$	$-\infty$	0	1
3	$\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{f(x)}{g(x)} \right) =$	$-\infty$	0	$+\infty$
4	Pour tout $x \in \mathbb{R}$	$ f'(x) \leq 1$	$ f'(x) \leq 2$	$ f'(x) \leq \frac{1+e}{1-e}$
5	$\int_{-1}^0 f'(x) dx =$	1	$\frac{2}{e-1}$	$\frac{1+e}{1-e}$
6	$\int_{-1}^0 f''(x) dx =$	1	$\frac{2e}{e-1}$	2
7	L'équation $f(x) = x$ admet dans \mathbb{R}	aucune solution	une solution	deux solutions
8	L'équation de la tangente a la courbe C_f au point d'abscisse 0 est :	$y = \frac{e-1}{e+1}x - \frac{1}{2}$	$y = 2x - 1$	$y = \frac{e-1}{e+1}x - 1$
9	La fonction f admet dans \mathbb{R} :	aucun point d'inflexion	un point d'inflexion	deux points d'inflexions
10	La fonction f réalise une bijection de $[0, +\infty[$ dans	$\left[\frac{1+e}{1-e}, 2 \right]$	$[-1, 1[$	$[-1, +\infty[$

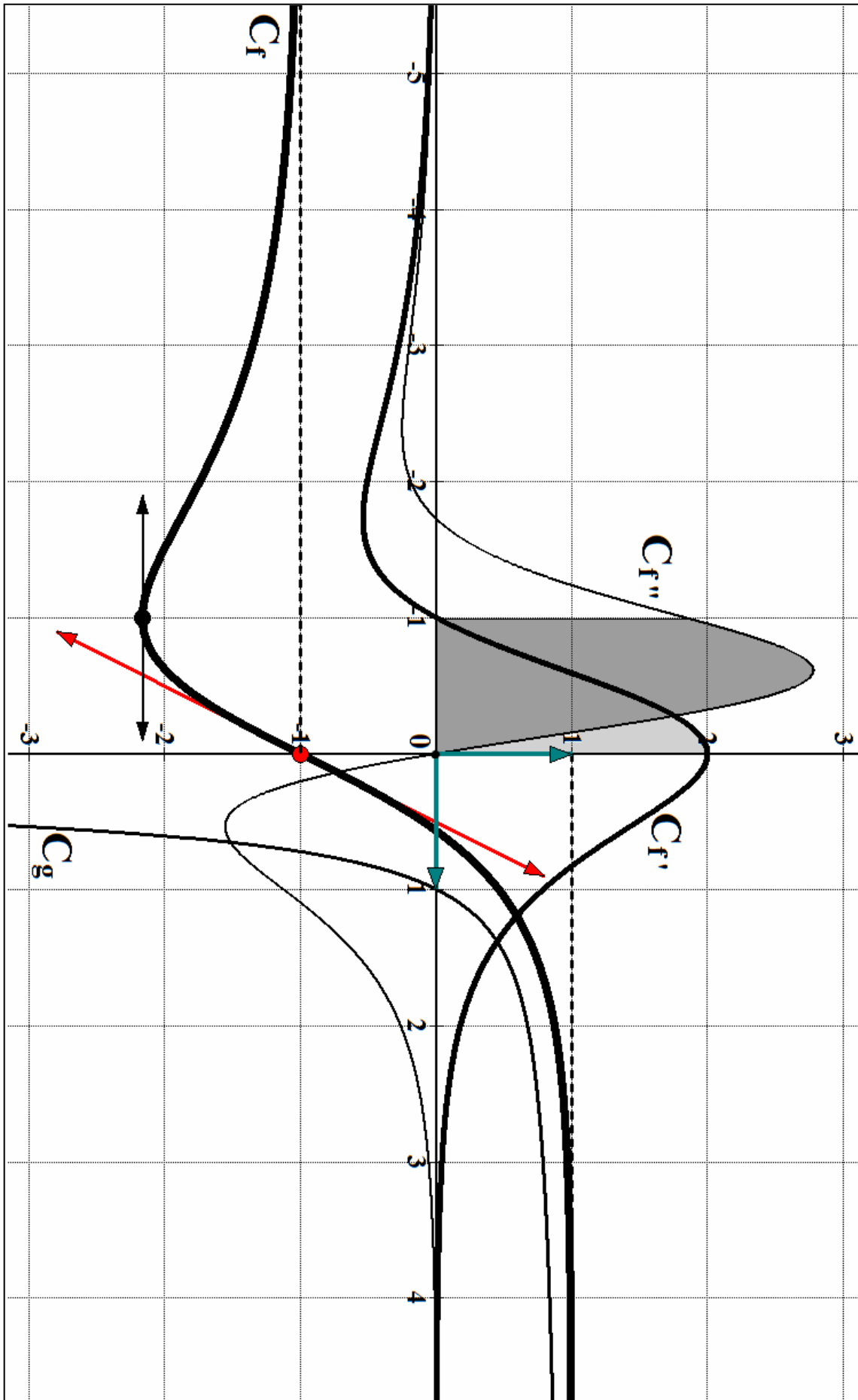


Figure 2 (Exercice 3)

Exercice :4 (4pts)

Pour interroger ses élèves, un professeur de mathématiques place dans un sac 30 cartons identiques : 20 de ces cartons portent chacun une question de complexe et les autres une question de statistique. Un élève tire au hasard un carton de ce sac et répond à la question inscrite sur ce carton.

- la probabilité que l'élève réponde juste a une question est (0,5).
- la probabilité que l'élève réponde juste à une question de complexe est (0,6).

On considère les événements suivants :

C l'évènement : « Le carton tiré porte une question de complexe ».

S l'évènement : « Le carton tiré porte une question de statistique ».

J l'évènement : « L'élève répond juste à la question tirée ».

On choisie au hasard un élève de cette classe.

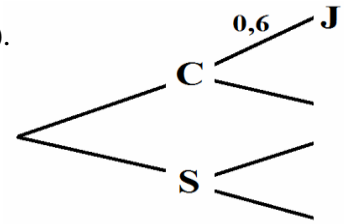


Figure 3

1) a/ Montrer que $p(\mathbf{J}/\mathbf{S}) = 0,3$

b/ Recopier et compléter l'arbre pondéré suivant (figure 3) qui modélise la situation.

c/ L'élève a répondu juste à la question tirée, calculer la probabilité que cette question soit une question de statistique.

2) On choisie cinq élèves au hasard, quelle est la probabilité qu'il y en ait au moins un élève répond juste à la question tirée.

3) Le professeur attribue les notes suivantes :
 5 pour une réponse juste en complexe.
 n pour une réponse juste en statistique.
 -2 pour une réponse non juste.

Soit X la variable aléatoire désignant la note obtenue par l'élève.

a/ Déterminer la loi de la probabilité de X.

b/ Calculer en fonction de n, l'espérance mathématique $E(X)$.

c/ Pour quelle valeur de n, $E(X) = 1,4$

Exercice : 5 (4pts)

Dans un plan rapporté à un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) on considère la courbe représentative C_f d'une fonction f définie

sur $]-\ln(2), +\infty[$ par : $f(x) = \sqrt{\frac{e^{-x}}{2-e^{-x}}}$

1) a/ Montrer que l'axe des abscisses est une asymptote horizontale à la courbe C_f au voisinage de $+\infty$.

b/ Montrer que la droite $\Delta : x = -\ln(2)$ est une asymptote verticale à la courbe C_f .

2) a/ Déterminer la fonction dérivée de f et vérifier que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = -\frac{e^{-x}}{(2-e^{-x})^3}$

b/ Dresser le tableau de variation de f .

c/ Déterminer une équation de la tangente T à la courbe C_f au point d'abscisse 0.

d/ Tracer la droite T et la courbe C_f .

3) Soit $C = \{M(x, y) \text{ tels que } y = f(x), 0 \leq x \leq 2\}$ et S le solide obtenu par rotation de C autour de l'axe des abscisses. Calculer le volume de S. (Voir figure 4)

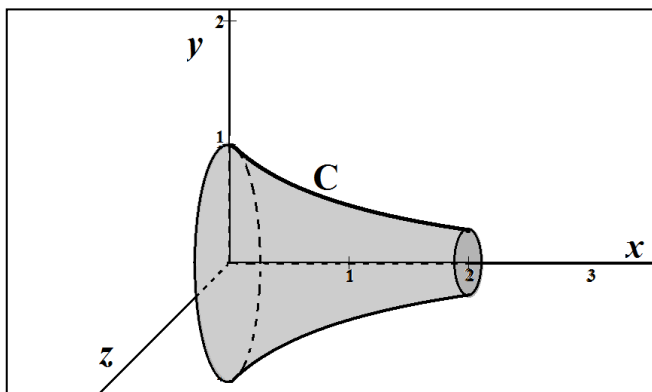


Figure 4

bon travail