REPUBLIQUE TUNISIENNE ◈◈◈ MINISTÈRE DE L'EDUCATION ◈◈◈ LYCÉE : BECHRI	EXAMEN DU BACCALAUREAT BLANC SESSION MAI 2014 ◈◈◈		
	EPREUVE : MATHÉMATIQUES	DURÉE : 3H	COEFFICIENT : 3
SECTION :		PROFS : LAHMADI+KHYARI	

EXERCICE N°1 (3 points)

A/ Choisir la bonne réponse. **Aucune justification n'est demandée.**

On s'intéresse à la durée de vie, exprimée en années, d'un appareil ménager avant la première panne. On peut modéliser cette situation par une loi de probabilité **p** *de durée de vie sans vieillissement (loi exponentielle) de paramètre* λ *, définie sur l'intervalle* $[0,+\infty[$.

❶ *La valeur de t pour laquelle on a* $p([0,t[) = p([t,+\infty[)$ *est :*

a) $\frac{\ln 2}{\lambda}$ b) $\frac{\lambda}{\ln 2}$ c) $\frac{\lambda}{2}$

❷ *Sachant que cet appareil n'a pas connu de panne au cours des deux premières années après sa mise en service, la probabilité qu'il ne connaisse aucune panne l'année suivante est :*

a) $p([1,+\infty[)$ b) $p([3,+\infty[)$ c) $p([2,3[)$

❸ *Soit* $\lambda = 0.2$ *.Dix appareils neufs de ce type ont été mis en service en même temps. On désigne par* **X** *la variable aléatoire égale au nombre d'appareils qui n'ont pas de panne au cours des trois premières années. La valeur la plus proche de* $p(X=4)$ *est :*

a) 0.5555 b) 0.8022 c) 0.1607

B/ Répondre par **Vrai** ou **faux**. **Aucune justification n'est demandée.**

❶ *Une suite croissante a toujours une limite*

❷ *Toute suite décroissante est majorée*

❸ *Si une suite* (U_n) *est convergente ,alors la suite* $\left(\frac{1}{U_n}\right)$ *est aussi convergente.*

EXERCICE N°2 (4 points)

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{U},\vec{V})$.

On désigne par A, B et J les points d'affixes respectives : $-i$, $1-i$ *et* i.

On désigne par Δ *la médiatrice du segment* $[AB]$ *et par* (Ω) *le cercle de centre O et de rayon 1.*

A tout point ***M*** *d'affixe* ***z*** *distincte de* $1-i$*, on associe le point* ***M'*** *d'affixe* ***z'*** *telle que*

$z' = \frac{i(z+i)}{z-1+i}$. *Le point* ***M'*** *est appelé image du point* ***M.***

❶ *Calculer les affixes des points* ***A'*** *et* ***O'***.

❷ *Faire une figure qui sera complétée tout au long de l'exercice.*

❸ *Montrer que l'équation* $z = \frac{i(z+i)}{z-1+i}$ *admet deux solutions que l'on précisera.*

On note E et F les points qui ont pour affixes respectives ces solutions.

Justifier que les points E et F appartiennent au cercle (Ω) et les placer sur la figure.

❹ *Soit **M** un point distinct du point **B** et M' son image.*

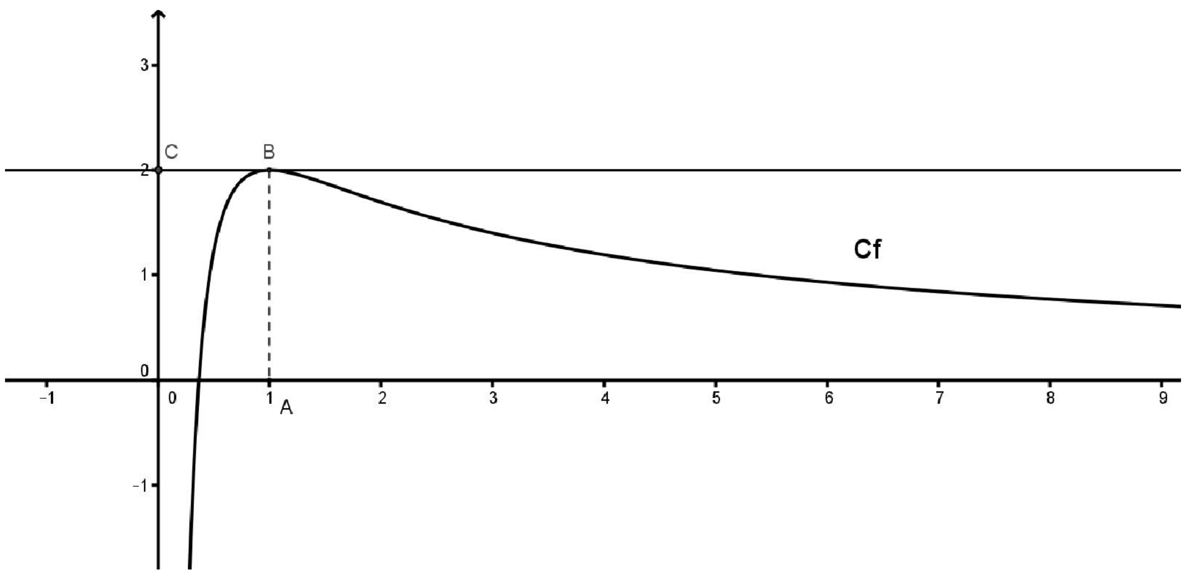
a) *Exprimer la distance **OM'** en fonction des distances **AM** et **BM.***

*b) Montrer que si le point **M** décrit la droite Δ , alors le point **M'** décrit un cercle que l'on précisera.*

❺ *Montrer que si le point **M** décrit la droite **(AB)** privée du point B, alors le point **M'** appartient à une droite que l'on précisera.*

Exercice N°3 (5 points)

Sur le graphique ci-dessous , on a tracé, dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$,la courbe représentative Cf d'une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $]0,+\infty[$.



On dispose des informations suivantes :

- *Les points A, B et C ont pour coordonnées respectives $(1,0)$, $(1,2)$ et $(0,2)$*
- *La courbe Cf passe par le point B et la droite (BC) est tangente à Cf au point B.*
- *Il existe deux réels positifs a et b tels que pour tout réel strictement positif x ,*

$$f(x)=\frac{a+b\ln x}{x}$$

❶ a) *En utilisant le graphique, donner les valeurs de $f(1)$ et $f'(1)$.*

b) *Vérifier que pour tout réel strictement positif x,* $f'(x)=\dfrac{(b-a)-b\ln x}{x^2}$

c) *En déduire les réels a et b.*

❷ a) *Justifier que pour tout réel x appartenant à l'intervalle $]0,+\infty[$, $f'(x)$ a le même signe que $-\ln x$.*

b) *Déterminer les limites de f en 0 et en $+\infty$*

c) *En déduire le tableau de variation de la fonction f.*

❸ a) *Démontrer que l'équation $f(x)=1$ admet une unique solution α sur l'intervalle $]0,1]$.*

b) *Par un raisonnement analogue, on démontre qu'il existe un unique réel β de l'intervalle $]1,+\infty[$ tel que $f(\beta)=1$.*

.

❹ *Le but de cette question est de démontrer que la courbe Cf partage le rectangle OABC en deux domaines d'aires égales*

a) Justifier que cela revient à démontrer que $\int_{\frac{1}{e}}^{1} f(x)dx = 1$

b) En remarquant que f(x) peut s'écrire sous la forme $\frac{2}{x} + 2 \times \frac{1}{x} \times \ln x$, *terminer la démonstration.*

EXERCICE N°4 (4 points)

❶ *Une population de poisson d'une certaine espèce croît au cours des années selon la loi :*

$g' = \frac{g}{5}$ **(1)** , *où g désigne la quantité de poissons* **(en milliers)** *dépendant du temps t* **(en années).**

a) *Résolvez l'équation différentielle* **(1)**.

b) *Sachant qu'à la date* **t =0** *la population comprend* **un millier** *de poissons, trouvez l'expression de g(t).*

c) *Au bout de combien d'années la population dépassera-t-elle pôur la première fois 4 milliers de poissons ?*

❷ *En réalité, un prédateur de cette espèce empêche une telle croissance, tuant chaque année une certaine quantité de poissons (dépendant de l'effectif total).*

La population suit la loi : $g' = \frac{g}{5} - \frac{g^2}{15}$ **(2).**

a) *On pose* $h = \frac{g}{3-g}$ *et on suppose que pour tout* t *on a* $g(t) \neq 3$.

Montrer que g est solution de **(2)** *si et seulement si h est solution de* **(1).**

b) *Trouvez les fonctions h solutions de* **(1)**, *puis les fonctions g solutions de* **(2).**

c) *Trouvez la fonction g solution de* **(2)** *telle que* $g(0) = 1$.

d) *Vers quelle limite tend la population de poisson ?*

EXERCICE N°5 (4 points)

Dans l'espace ξ *rapporté à un repère orthonormé* $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, *on donne les points* $A(2,1,1)$ *et* $I(3,-1,0)$. $P_1 = \left\{ M \in \xi \text{ tel que } MA^2 - \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MI} = 0 \right\}$ ..

❶ a) *Vérifier que* $A \in P_1$

b) *Montrer que* P_1 *est un plan dont une équation cartésienne est* $x - 2y - z + 1 = 0$

❷ *Soit S la sphère de centre I et passant par A.*

Vérifier que le rayon de la sphère S est $R = \sqrt{6}$ *puis déterminer une équation cartésienne de S.*

❸ *Soit P le plan dont une équation cartésienne est :* $2x - y + z - 4 = 0$

a) *Montrer que le plan P coupe la sphère S suivant un cercle (C) dont on précisera les Coordonnées de son centre H et son rayon r.*

b) *Soit le point* $B(2,-2,-2)$. *Vérifier que* $[AB]$ *est un diamètre de (C).*

c) *Déterminer une équation cartésienne du plan* P_2 *tangent à S en B.*

Bon Travail