

LYCÉE OUED ELLIL



DEVOIR DE CONTRÔLE N° 3

MATHÉMATIQUES

CLASSES : 4^{ÈME} ANNÉE SECONDAIRE

DURÉE : 2 HEURES

PROF : BELLAOUED MOHAMED



ANNÉE SCOLAIRE : 2017-2018

EXERCICE 1: 3 POINTS

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples.; une seule réponse est exacte.
Vous indiquerez cette réponse . Aucune justification n'est demandée

1-La valeur moyenne de la fonction $f : x \rightarrow \frac{1}{(x+1)}$ sur $[0;4]$ est égale à :

0.75

a. $\frac{1}{2} \ln 2$

b. $\frac{1}{4} \ln 5$

c. $\frac{1}{2}$

2-Soit $x \in]0;1[$ et $f(x) = \int_x^{x^2} \frac{1}{t^4 + 1} dt$, alors pour tout $x \in]0;1[$

0.75

a. $f(x) > 0$

b. $f(x) < 0$

c. $f(x) = 0$

3- $\lim_{x \rightarrow 0^+} [\ln(1 - \cos x) - \ln x] =$

0.75

a. 0

b. $-\infty$

c. $+\infty$

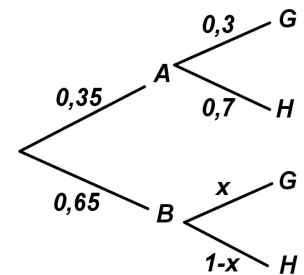
4-Les événements A et G étant supposés **indépendants**, x est égal à :

0.75

a. 0,1

b. 0,3

c. 0,36

**EXERCICE 2: 5 POINTS**

Les résultats approchés seront donnés à 0,001 près

L'asthme est une maladie inflammatoire chronique des voies respiratoires en constante Augmentation Dans une population , les statistiques font apparaitre que, parmi les adultes, environ 4% des hommes et 5% des femmes sont asthmatiques.

Dans la population, on considère l'ensemble des couples homme-femme

1-On note les événements **H** : « L'homme est asthmatique » et **F** : « La femme est asthmatique »

On admet que les événements **H** et **F** sont **indépendants**

a-Recopier et compléter l'arbre de probabilités ci-contre

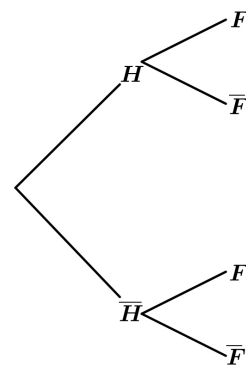
b-On note les événements :

A : « Aucun des deux adultes du couple n'est asthmatique »

B : « Un seul des deux adultes du couple est asthmatique »

C : « Les deux adultes du couple sont asthmatiques »

Montrer que $p(A) = 0,912$; $p(B) = 0,086$ et $p(C) = 0,002$



0.75

0.75

2-Les études actuelles sur cette maladie montrent que :

- Si aucun des parents n'est asthmatique, la probabilité que leur enfant soit asthmatique est 0,1
- Si un seul des parents est asthmatique, la probabilité que leur enfant soit asthmatique est 0,3
- Si les deux parents sont asthmatiques, la probabilité que leur enfant soit asthmatique est 0,5

On note **E** l'événement : « Le premier enfant du couple est asthmatique »

a-Construire l'arbre de probabilités traduisant la situation

0.75

b-Montrer que $p(E) = 0,118$

1

c-Calculer $p(A|E)$ puis déduire $p(\bar{A}|E)$. Interpréter les résultats

0.75

d-Quelle est la probabilité qu'un enfant non asthmatique ait au moins un de ses parents asthmatiques

1

EXERCICE 3: 12 POINTS

Les deux parties A et B peuvent êtres traitées indépendamment

Partie A

1- Soit g la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $g(x) = \begin{cases} x^2 + 1 - 2x^2 \ln x & \text{si } x \neq 0 \\ g(0) = 1 \end{cases}$

a-Vérifier que g est continue à droite en 0 0.5

b-Vérifier que g est dérivable à droite en 0 et que $g'_d(0) = 0$ 0.5

c-Montrer que : $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -\infty$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{g(x)}{x} = -\infty$. Interpréter graphiquement 1.25

2-a-Montrer que g est dérivable sur $]0; +\infty[$ et que $g'(x) = -4x \ln x$ 0.75

b-Dresser le tableau de variations de g 0.5

c-Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α dans $]1; +\infty[$ 0.5

d-En déduire le signe de g 0.5

3-Tracer La courbe \mathcal{E}_g (feuille annexe) 0.75

4- Soit f la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = \frac{\ln x}{x^2 + 1}$

a-Justifier que f est dérivable sur $]0; +\infty[$ et que $f'(x) = \frac{g(x)}{x(x^2 + 1)^2}$ 0.75

b-Dresser le tableau de variations de f 1

c-Vérifier que $f(\alpha) = \frac{1}{2\alpha^2}$ 0.5

d-Tracer La courbe \mathcal{E}_f (feuille annexe) ($\alpha \approx 1,9$) 0.5

Partie B

1- Soit F la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $F(x) = \int_1^x \frac{\ln t}{t^2 + 1} dt = \int_1^x f(t) dt$

Justifier que F est dérivable sur $]0; +\infty[$ et calculer $F'(x)$ 0.5

2-Soit $x \in]0; +\infty[$. On utilisant une intégration par partie ; Montrer que $\int_1^x \frac{\ln t}{t^2} dt = 1 - \frac{1}{x} - \frac{\text{Lnx}}{x}$ 0.75

3-a-Montrer que pour tout $x > 1$, $\frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{x} - \frac{\text{Lnx}}{x} \right) \leq F(x) \leq \left(1 - \frac{1}{x} - \frac{\text{Lnx}}{x} \right)$ 0.75

b-Prouver que F admet une limite réelle ℓ en $+\infty$. Encadrer cette limite ℓ 0.5

4- Soit G la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $G(x) = F(x) - F\left(\frac{1}{x}\right)$

a-Justifier que G est dérivable sur $]0; +\infty[$ et que $G'(x) = 0$ 0.75

b-En déduire que $F(x) = F\left(\frac{1}{x}\right)$ 0.25

c-Montrer alors que $\lim_{x \rightarrow 0^+} F(x) = \ell$ 0.25

FEUILLE ANNEXE

Nom _____

Prénom _____

Classe _____

EXERCICE 1:

Cocher la bonne réponse

1-La valeur moyenne de la fonction $f : x \rightarrow \frac{1}{(x+1)}$ sur $[0;4]$ est égale à :

0.75

a. $\frac{1}{2} \ln 2$

b. $\frac{1}{4} \ln 5$

c. $\frac{1}{2}$

2-Soit $x \in]0;1[$ et $f(x) = \int_x^{x^2} \frac{1}{t^4 + 1} dt$, alors pour tout $x \in]0;1[$

0.75

a. $f(x) > 0$

b. $f(x) < 0$

c. $f(x) = 0$

3- $\lim_{x \rightarrow 0^+} [\ln(1 - \cos x) - \ln x] =$

0.75

a. 0

b. $-\infty$

c. $+\infty$

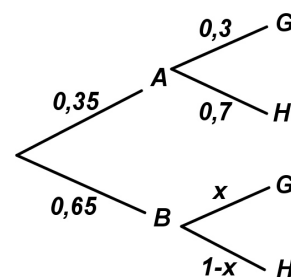
4-Les événements A et G étant supposés **indépendants**, x est égal à :

0.75

a. 0,1

b. 0,3

c. 0,36



EXERCICE 3:

Tracer les courbes \mathcal{C}_g et \mathcal{C}_f dans le repère si dessous

