

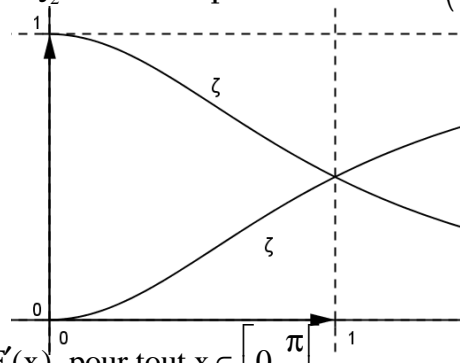
EXERCICE N°1 (12 pts)

I°) Pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$ , on pose :  $I_n = \int_0^1 \frac{x^n}{1+x^2} dx$  et  $I_0 = \int_0^1 \frac{1}{1+x^2} dx$

- a- Etudier la monotonie de la suite  $(I_n)$
- b- Montrer pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$ , on a :  $0 \leq I_n \leq \frac{1}{n+1}$
- c- Dédurre que  $(I_n)$  converge vers une limite que l'on précisera.

II°) Soit  $f_0$  et  $f_2$  les fonctions définies sur  $[0, +\infty[$  par :  $f_0(x) = \frac{1}{1+x^2}$  et  $f_2(x) = \frac{x^2}{1+x^2}$

dont on a tracé les courbes représentatives respectives  $\zeta_0$  et  $\zeta_2$  dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$



On pose pour tout  $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right[$  ;  $F(x) = \int_0^{\tan x} \frac{dt}{1+t^2}$

1°) a- Montrer que F est dérivable sur  $\left[0, \frac{\pi}{2}\right[$  et calculer  $F'(x)$  pour tout  $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right[$

b- Montrer que pour tout  $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right[$ , on a :  $F(x) = x$

c- Dédurre que :  $\int_0^1 \frac{1}{1+x^2} dx = \frac{\pi}{4}$

d- Vérifier que pour tout réel x on a :  $\frac{x^2}{x^2+1} = 1 - \frac{1}{x^2+1}$

e- Dédurre la valeur de l'intégrale :  $\int_0^1 \frac{x^2}{1+x^2} dx$

f- Calculer alors l'aire A de la partie du plan limitée par les courbes  $\zeta_0$  et  $\zeta_2$  et les droites d'équations :  $x=0$  et  $x=1$

2°) A l'aide d'une intégration par parties, calculer le volume  $V$  de solide de révolution obtenu par la rotation de l'arc  $\widehat{OA} = \{M(x, y) \text{ tel que } y = f_2(x) \text{ et } 0 \leq x \leq 1\}$  de  $\zeta_2$  autour de l'axe des abscisses

**EXERCICE N°2**    **08 pts**

Le personnel d'un hôpital est répartie en trois catégories. 12 % sont des médecins et 71 % sont des soignants et les autres sont des administratifs ou techniciens.

- 67 % des médecins sont des hommes.
- 92 % des soignants sont des femmes.

On choisit au hasard une personne du personnel et on considère les évènements :

M « la personne est un médecin »

S « la personne est un soignant »

A « la personne est un administratif ou technicien. »

H « la personne est homme »

Les résultats seront donnés à  $10^{-4}$  près.

1°) a- Déterminer :  $p(M)$  ,  $p(S)$  ,  $p(A)$  ,  $p(H/M)$  et  $p(\bar{H}/S)$

b- Déterminer la probabilité pour que cette personne soit une femme soignante.

c- Déterminer la probabilité pour que cette personne soit une femme médecin.

2°) On sait que 80 % du personnel sont des femmes .

a- Montrer que :  $p(\bar{H} \cap A) = 0,1072$

b- Déterminer la probabilité pour que cette personne soit une femme sachant qu'elle fait partie du personnel administratif ou technicien.

c- Sachant que la personne choisie est un homme, déterminer la probabilité pour qu'il soit un médecin.

REVA/KB  
NONO