

Devoir de contrôle N°3

MATHÉMATIQUES

Durée : 2H

LYCÉE : BECHRI A.S : 2013/2014 CLASSE : 4SC-EXP 1 PROF : LAHMADI ADEL

EXERCICE N°1 (3 points)

Choisir la bonne réponse. Une justification est demandée.

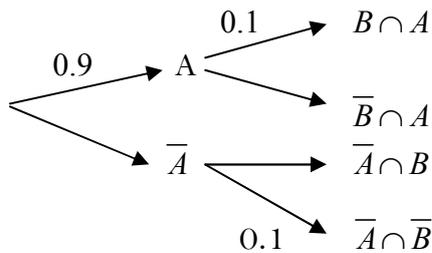
❶ Soit f la fonction définie par $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$, alors $f'(x)$ est égal à

- a) $\left(\frac{1}{3}\right)^{x-1}$ b) $\frac{-\ln 3}{3^x}$ c) $\left(\frac{1}{3}\right)^x \cdot \ln 3$

❷ $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{4}{5}\right)^x$ est égal à

- a) $-\infty$ b) $+\infty$ c) 0

❸ On représente une expérience aléatoire par l'arbre de probabilité ci-dessous.



La probabilité de l'événement A sachant B est égale à

- a) 0.09 b) 0.5 c) 0.9

EXERCICE N°2 (5 points)

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on donne les points $A(1,0,1)$, $B(-1,1,0)$, $C(2,1,0)$ et $I_\alpha(\alpha, -\alpha, \alpha)$

- ❶ a) Déterminer les composantes du vecteur $\overline{AB} \wedge \overline{AC}$
b) En déduire que les points A, B et C définissent un plan \mathbf{P} dont une équation cartésienne est $y+z-1=0$
- ❷ a) Vérifier que les points A, B, C et I_α ne sont pas coplanaires.
b) Montrer que le volume du tétraèdre $ABCI_\alpha$ est indépendant de α .
- ❸ Soit S_α la sphère de centre I_α et tangente au plan \mathbf{P} au point H_α .
a) Déterminer les coordonnées du point H_α .
b) Soit Δ l'ensemble des points H_α lorsque α décrit \mathbb{R} . Déterminer la nature de Δ .

EXERCICE N°3

(5 points)

Les 300 personnes travaillant dans un immeuble de bureaux de trois niveaux ont répondu Aux deux questions suivantes :

- ❖ A quel niveau est votre bureau ?
- ❖ Empruntez-vous l'ascenseur ou l'escalier pour vous y rendre ?

Voici les réponses :

- 225 personnes utilisent l'ascenseur et, parmi celles-ci, 50 vont au 1^{er} niveau, 75 vont au 2^e niveau et 100 vont au 3^e niveau.
- Les autres personnes utilisent l'escalier et, parmi celles-ci, **un tiers** va au 2^e niveau, les autres vont au 1^{er} niveau.

On choisit au hasard une personne de cette population.

On pourra considérer les événements suivants :

N_1 : « La personne va au premier niveau »

N_2 : « La personne va au deuxième niveau »

N_3 : « La personne va au troisième niveau »

E : « La personne emprunte l'escalier ».

- ❶ Traduire l'énoncé à l'aide d'un arbre pondéré.
- ❷ a) Montrer que la probabilité que la personne aille au 2^e niveau par l'escalier est $\frac{1}{12}$
b) Montrer que les événements N_1 , N_2 et N_3 sont équiprobables.
c) Déterminer la probabilité que la personne emprunte l'escalier sachant qu'elle va au 2^e niveau.
- ❸ Soit n un entier inférieur ou égal à 300. On interroge désormais n personnes de cette population. On suppose que leurs réponses sont indépendantes les unes des autres.
a) Justifier que la probabilité de l'événement « au moins une personne va 2^e niveau » est égale à $1 - \left(\frac{2}{3}\right)^n$
b) Déterminer le plus petit entier n strictement positif tel que la probabilité de l'événement « au moins une personne va 2^e niveau » soit supérieure ou égale à 0.998

EXERCICE N°4

(7 points)

Dans l'annexe ci-jointe, on a représenté dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) la courbe \mathbf{C} de la fonction logarithme népérien « Ln » ainsi que la courbe \mathbf{Cf} de la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = xe^{-x+2}$

- ❶ a) Placer les points de \mathbf{C} d'abscisses e et \sqrt{e} .
b) Calculer $f(1)$ puis dresser le tableau de variation de f .
- ❷ On considère la fonction g définie sur $[1; +\infty[$ par $g(x) = \ln(x) - f(x)$
a) Montrer que g est strictement croissante sur $[1; +\infty[$
b) Dresser le tableau de variation de g .

- ③ a) Montrer que l'équation : $\ln(x) = f(x)$ admet une unique solution α dans $[1; +\infty[$
et vérifier que $3 < \alpha < 3.1$
- b) En déduire le signe de g sur $[1; +\infty[$.
- c) Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{g(x)}{x}$. Interpréter graphiquement le résultat obtenu.
- ④ Tracer la courbe Cg de la fonction g .

Bon Travail

Annexe a compléter et à rendre avec la copie

NOM ET PRÉNOM : N°

