DEVOIR DE SYNTHÈSE N°1

MATHÉMATIQUES

Exercice 1 (4 points)

Pour chacune des questions suivantes une seule réponse est exacte, cocher la bonne case.

Questions	Réponses
1. Si (V_n) est une suite réelle vérifiant : $V_0 = 1$ et, pour tout $n \geq 1$, $V_n - V_{n+1} = 2$ alors	☐ (V_n) converge vers 2 ☐ (V_n) diverge vers $+\infty$ ☐ (V_n) diverge vers $-\infty$
2. On lance 2 fois de suite un dé cubique bien équilibré dont les faces sont numérotées de 1 à 6. Le nombre des issues possibles est égal à	☐ 12 ☐ 36 ☐ 6
3. Soient $(O, \vec{i}, \vec{j})$ un repère du plan et f une fonction. Les courbes représentatives des fonctions f et $-f$ sont symétriques par rapport	☐ à l'axe $(O, \vec{i})$ ☐ à l'axe $(O, \vec{j})$ ☐ au point O
4. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x - x$, si g est la restriction de f à l'intervalle $[0, +\infty[$ alors	☐ $g(x) = 2x$ ☐ $g(x) = 0$ ☐ $g(x) = -2x$

Exercice 2 (4 points)

Un professeur de MATHÉMATIQUE a fait une enquête auprès de 150 élèves d'un lycée.

On sait que :

- 116 élèves déclarent aimer le MATHÉMATIQUE.
- 52 élèves déclarent aimer le PHYSIQUE.
- 40 élèves déclarent aimer à la fois le MATHÉMATIQUE et le PHYSIQUE.

1. Déterminer le nombre d'élèves qui aiment seulement le MATHÉMATIQUE.
2. Déterminer le nombre d'élèves qui aiment seulement le PHYSIQUE.
3. Vérifier que 22 élèves n'ont pas donné leur avis au cours de cette enquête.

Exercice 3 (5 points)

On se donne la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = (x - 2)^2$, on désigne par $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1. a/ Recopier puis compléter sur votre copie le tableau de valeurs suivant :

x	0	1	2	3	4
$f(x)$					

b/ Tracer $\mathcal{C}_f$.

c/ En déduire le sens de variation de f sur $\mathbb{R}$.

2. Soient les fonctions g et h définies par : $g(x) = 2 + f(x)$ et $h(x) = -f(x)$

a/ Montrer que les courbes de g et h s'obtiennent chacune, à partir de $\mathcal{C}_f$, par une transformation que l'on déterminera.

b/ Tracer $\mathcal{C}_g$ et $\mathcal{C}_h$ puis déduire le sens de variation de chacune des fonctions g et h sur $\mathbb{R}$.

3. Résoudre dans $\mathbb{R}$ et graphiquement : $f(x) > 0$, $g(x) = 1,9999$ et $h(x) \leq -4$

Exercice 4 (7 points)

I/ Soit E l'ensemble des diviseurs de l'entier 54 et F l'ensemble des puissances de 3 différents de 1 et 3 qui sont inférieurs à 242

1. Donner la liste des éléments de chacun des ensembles E et F .

2. a/ En déduire $\text{card}(E)$ et $\text{card}(F)$.

b/ Les ensembles E et F sont-ils disjoints? Justifier votre choix.

c/ Calculer $\text{card}(F \cup E)$.

II/ On lance 3 fois de suite un dé cubique non pipé (c.à.d bien équilibré) dont les faces sont numérotées de 1 à 6. On note : $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

1. Déterminer le nombre de tous les issues possibles.

2. Déterminer le nombre des issues possibles sachant que la face portant le chiffre 1 ne figure en aucun lancer de ce dé.

3. Déterminer le nombre des issues possibles sachant que la face portant le chiffre 1 figure une seule fois au cours de ces lancers.

4. Soit A : "La face portant le chiffre 1 figure au moins une fois au cours de ces lancers". Montrer qu'on a : $\text{card}(A) = 91$