

**Exercice 1 :** (6,5 points)

- 1) Résoudre dans  $\mathbb{C}$  l'équation :  $iz^2 + 3(1 - i)z - 4 = 0$ .
- 2) Soit dans  $\mathbb{C}$  l'équation (E) :  $iz^3 + (3 - 5i)z^2 - 2(5 - 3i)z + 8 = 0$ .
- a) Montrer que 2 est solution de (E).
- b) Trouver les nombres complexes  $a$ ,  $b$  et  $c$  tels que :
- $$iz^3 + (3 - 5i)z^2 - 2(5 - 3i)z + 8 = (z - 2)(az^2 + bz + c)$$
- c) En déduire les solutions de (E).
- 3) Dans le plan complexe muni d'un R.O.N  $(O, \vec{u}, \vec{v})$ ; on considère les points  $A$ ,  $B$  et  $C$  d'affixes respectives  $z_A = 2$ ,  $z_B = 1 + i$  et  $z_C = 2 + 2i$ .
- a) Placer les points  $A$ ,  $B$ , et  $C$  dans  $(O, \vec{u}, \vec{v})$ .
- b) Montrer que  $ABC$  est un triangle rectangle et isocèle en  $B$ .

**EXERCICE N°2 :** (6 points)

Soit  $(U_n)$  la suite réelle définie sur  $\mathbb{N}$  par :

$$\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = \frac{3U_n}{U_n + 1} \end{cases} \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}$$

- 1) a – Montrer que pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ; on a  $1 \leq U_n \leq 2$ .
- b – Montrer que la suite  $(U_n)$  est croissante.
- c – En déduire que la suite  $(U_n)$  est convergente et calculer sa limite .
- 2) a – Vérifier que :  $2 - U_{n+1} = \frac{1}{U_n + 1} (2 - U_n)$  pour tout  $n \in \mathbb{N}$ .
- b – En déduire que :  $2 - U_{n+1} \leq \frac{1}{2} (2 - U_n)$  pour tout  $n \in \mathbb{N}$ .
- c – Montrer par récurrence que :  $2 - U_n \leq \left(\frac{1}{2}\right)^n (2 - U_0)$  pour tout  $n \in \mathbb{N}$ .
- d – Retrouver alors  $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$ .

**Exercice N°4 : (6pts)**

La figure suivante est la courbe  $(C_f)$  d'une fonction  $f$  dans un repère orthonormé  $(0; \vec{i}; \vec{j})$

La droite  $\Delta$  est une asymptote au voisinage de  $+\infty$  à la courbe  $(C_f)$ ;

$\Delta$  passant par les points  $A(1; 0)$  et  $B(4; 3)$

La droite  $D : x = 1$  est une asymptote verticale à  $(C_f)$

1) Déterminer  $D_f$

2) Calculer  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ;  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$

3) a) Montrer que l'équation de l'asymptote  $\Delta$  est  $y = x - 1$

b) En déduire  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - x$

4) Dresser le tableau de variation de  $f$

5) Déterminer le signe de  $f(x)$

6) Soit la fonction  $g$  définie par  $g(x) = \frac{1}{\sqrt{f(x)}}$ . Déterminer  $D_g$  et calculer  $\lim_{x \rightarrow 0^+} g \circ f(x)$

