

Exercice 1 : (6,5 points)

- 1) Résoudre dans \mathbb{C} l'équation : $iz^2 + 3(1 - i)z - 4 = 0$.
- 2) Soit dans \mathbb{C} l'équation (E) : $iz^3 + (3 - 5i)z^2 - 2(5 - 3i)z + 8 = 0$.
 - a) Montrer que 2 est solution de (E).
 - b) Trouver les nombres complexes a , b et c tels que :

$$iz^3 + (3 - 5i)z^2 - 2(5 - 3i)z + 8 = (z - 2)(az^2 + bz + c)$$
 - c) En déduire les solutions de (E).
- 3) Dans le plan complexe muni d'un R.O.N (O, \vec{u}, \vec{v}) ; on considère les points A , B et C d'affixes respectives $z_A = 2$, $z_B = 1 + i$ et $z_C = 2 + 2i$.
 - a) Placer les points A , B , et C dans (O, \vec{u}, \vec{v}) .
 - b) Montrer que ABC est un triangle rectangle et isocèle en B .

EXERCICE N°2 : (6 points)

Soit (U_n) la suite réelle définie sur \mathbb{N} par :
$$\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = \frac{3U_n}{U_n + 1} \end{cases} \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}$$

- 1) a – Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$; on a $1 \leq U_n \leq 2$.
 b – Montrer que la suite (U_n) est croissante.
 c – En déduire que la suite (U_n) est convergente et calculer sa limite .
- 2) a – Vérifier que : $2 - U_{n+1} = \frac{1}{U_n + 1} (2 - U_n)$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.
 b – En déduire que : $2 - U_{n+1} \leq \frac{1}{2} (2 - U_n)$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.
 c – Montrer par récurrence que : $2 - U_n \leq \left(\frac{1}{2}\right)^n (2 - U_0)$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.
 d – Retrouver alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$.

Exercice N°4 : (6pts)

La figure suivante est la courbe (C_f) d'une fonction f dans un repère orthonormé $(0; \vec{i}; \vec{j})$

La droite Δ est une asymptote au voisinage de $+\infty$ à la courbe (C_f) ;

Δ passant par les points $A(1; 0)$ et $B(4; 3)$

La droite $D : x = 1$ est une asymptote verticale à (C_f)

1) Déterminer D_f

2) Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$

3) a) Montrer que l'équation de l'asymptote Δ est $y = x - 1$

b) En déduire $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - x$

4) Dresser le tableau de variation de f

5) Déterminer le signe de $f(x)$

6) Soit la fonction g définie par $g(x) = \frac{1}{\sqrt{f(x)}}$. Déterminer D_g et calculer $\lim_{x \rightarrow 0^+} g \circ f(x)$

