

Exercice N°1 : (3pts)

Pour chacune des questions suivantes, une des trois réponses proposées est exacte. L'élève indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. (Aucune justification n'est demandée).

I) Soit $f(x) = \ln(1 - x^2)$

1) L'ensemble de définition de f est

a) $D_f = [-1, 1]$ b) $D_f =]-1, 1[$ c) $D_f =]0, +\infty[$

2) La fonction dérivée de f est égale

a) $f'(x) = \frac{x}{1-x^2}$ b) $f'(x) = \frac{2x}{x^2-1}$ c) $f'(x) = \frac{2x}{1-x^2}$

II) Soit $f(x) = \frac{1}{x} + \frac{1}{x+1}$, $x \in]0, +\infty[$ et F est une primitive de f définie sur $]0, +\infty[$, alors

a) $F(x) = \ln(x^2 + x) + k$; b) $F(x) = \frac{1}{x^2} + \frac{1}{(x+1)^2} + k$, c) $F(x) = \ln\left(\frac{x}{x+1}\right) + k$

Exercice N°2 : (6pts)

1) On a représenté ci-dessous le tableau de variation de la fonction g définie sur $]0, +\infty[$ par $g(x) = x^2 - 1 + \ln(x)$

x	0	1	$+\infty$
$g'(x)$		+	
g	$-\infty$	0	$+\infty$

Déterminer le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x

2) On considère la fonction f définie sur $]0, +\infty[$ par:

$f(x) = x - 1 - \frac{\ln(x)}{x}$; On désigne par (C) la courbe de f dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j})

a) Calculer $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et interpréter graphiquement le résultat

b) Montrer que la droite $D: y = x - 1$ est une asymptote à la courbe (C)

3) a) Démontrer que pour tout $x \in]0, +\infty[$:

$$f'(x) = \frac{g'(x)}{x^2}$$

b) Dresser le tableau de variation de f

4) a) Étudier la position relative de la courbe (C) de f et de la droite D

b) Tracer D et (C)

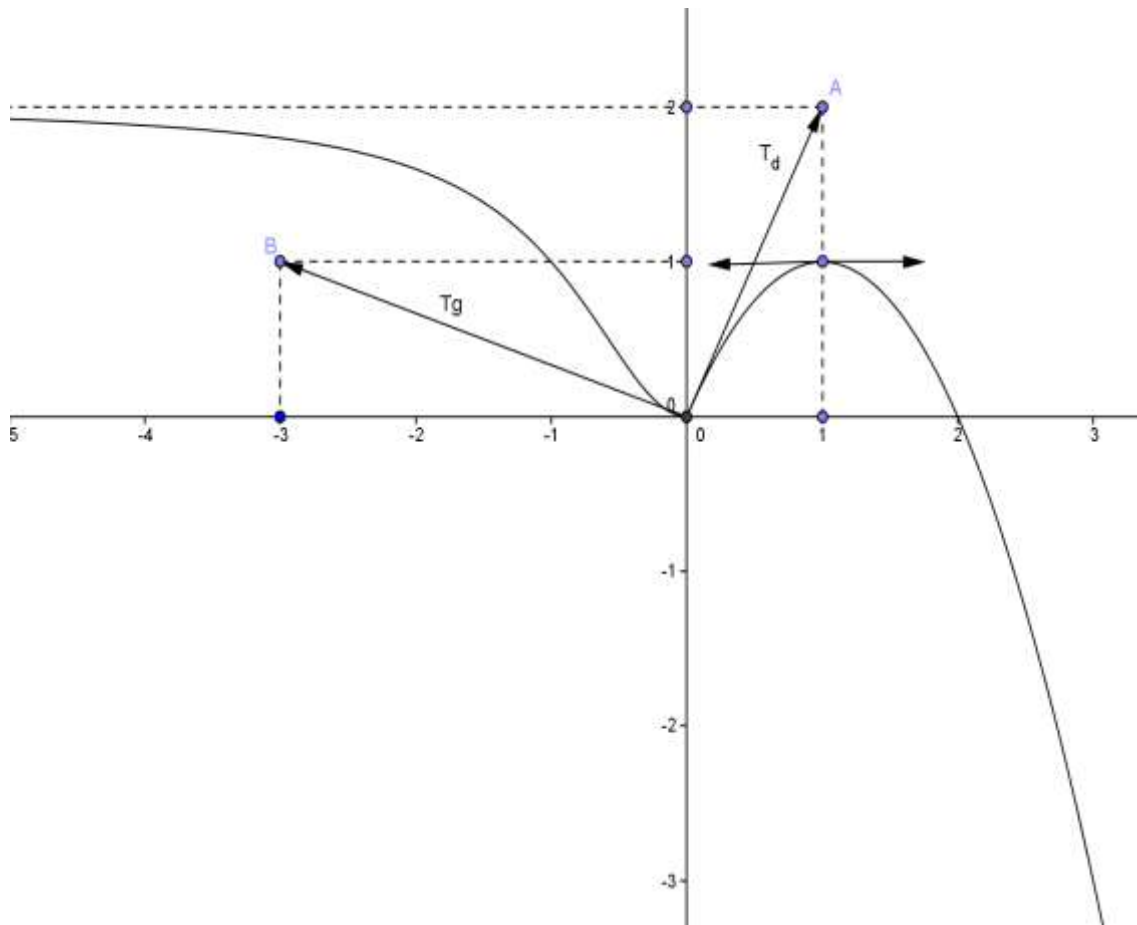
5) Montrer que la fonction $F(x) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}(\ln x)^2 - x + 1$ est une primitive de f sur $]0, +\infty[$

Exercice N°3:(4pts)

- 1) a) justifier que l'équation $9x + 5y = 1$ admet des solutions dans $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$
 b) Donner une solution particulière de l'équation $9x + 5y = 1$
 c) En déduire une solution particulière de l'équation (E): $9x + 5y = 23$
 d) Résoudre Dans $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ l'équation (E)
- 2) On considère le système (S): $\begin{cases} n \equiv 8[9] \\ n \equiv 4[5] \end{cases}$ avec $n \in \mathbb{Z}$
 a) Montrer que le système (S) est équivalent à $n \equiv 44[45]$
 b) trouver les entiers naturels n compris entre 120 et 130 et leurs restes de la division euclidienne modulo 45 est 44

Exercice N°4 :(4pts)

La figure suivante présente une courbe d'une fonction f définie sur \mathbb{R}
 T_d et T_g désignent les tangentes à la courbe (C) de f en 0



- 1) par une lecture graphique déterminer:
 - a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$
 - b) $f(0)$; $f(1)$; $f'(1)$, $f'_g(1)$ et $f'_d(1)$
 - c) le signe de $f(x)$ suivant les valeurs de x
 - d) le tableau des variations de f
- 2) On considère la fonction g définie par $g(x) = \ln[f(x)]$
 - a) Vérifier que $D_g =]-\infty, 0[\cup]0, 2[$
 - b) Calculer $g'(x)$ à l'aide de $f'(x)$ et $f(x)$ pour $x \in]-\infty, 0[\cup]0, 2[$
- 3) Déterminer alors le sens des variations de g

Exercice N°5 :(3pts)

Soit la fonction $f(x) = \frac{1}{x\sqrt{\ln x - 1}}$

- 1) résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation : $\ln x - 1 > 0$
- 2) En déduire l'ensemble de définition I de f
- 3) a) Montrer que f admet une primitive F sur I
b) Déterminer $F(x)$ tels que $F(e^2) = 0$