LYCEE METLAOUI

DEVOIR DE CONTROLE N°1 – EPREUVE : MATHEMATIQUES

SECTION : Sciences Informatiques

Classe : 4ème SC.Info **Prof. CHAABANE**

A.S : 2017/2018 **Durée : 2H**

Exercice n°1 : (6points)

Dans **la feuille annexe** ; $(\mathscr{C}_f)$ est la représentation graphique de la fonction $f(x)=\sqrt{x+6}$ définie sur $[-6;+\infty[$ dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

Soit (U_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par : $\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_{n+1} = \sqrt{U_n + 6} \end{cases}$

1) a/ Sans calcul, placer les points $M_0(U_0,0)$; $M_1(U_1,0)$; $M_2(U_2,0)$ et $M_3(U_3,0)$.

b/ Montrer que la suite (U_n) est majorée par 3.

c/ Montrer que (U_n) est croissante.

d/ Déduire que (U_n) est convergente vers une limite ℓ que l'on déterminera.

2) a/ Montrer que pour tout entier n : $0 \le 3 - U_{n+1} \le \frac{1}{3}(3-U_n)$.

b/ En déduire que pour tout entier n : $0 \le 3 - U_n \le \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$.

c/ Retrouver la limite ℓ de U_n.

Exercice n°2: (8points)

1) a/ Ecrire $(1+i)^2$ sous forme algébrique.

b/ Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $(z-1+i)^2 = 2i$.

2) On considère dans $\mathbb{C}$: $P(z) = z^3 - (1-i)z^2 - 4(1+i)$.

a/ Vérifier que 2 et $-2i$ sont deux solutions de l'équation P(z) = 0 dans $\mathbb{C}$.

b/ Déduire la troisième solution de l'équation P(z) = 0 dans $\mathbb{C}$.

3) Le plan muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{u},\vec{v})$, on désigne par A, B et C les points d'affixes respectives 2 ; $-2i$; $-1+i$.

a/ Placer les points A, B et C.

b/ Soit I le milieu de [AB].

Déterminer l'affixe du point D le symétrique de C par rapport à I.

c/ Montrer que ACBD est un losange.

4) a/ Calculer IC.

b/ Déterminer et construire l'ensemble des points M d'affixes z tel que $|i\bar{z} - i + 1| = 2\sqrt{2}$.

Exercice n°3: (6points)

Soit la fonction g définie par : $g(x)=\dfrac{1}{x+1}+\dfrac{1}{x}$.

On note par $(\mathscr{C}_g)$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) a/ Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ et interpréter graphiquement le résultat.

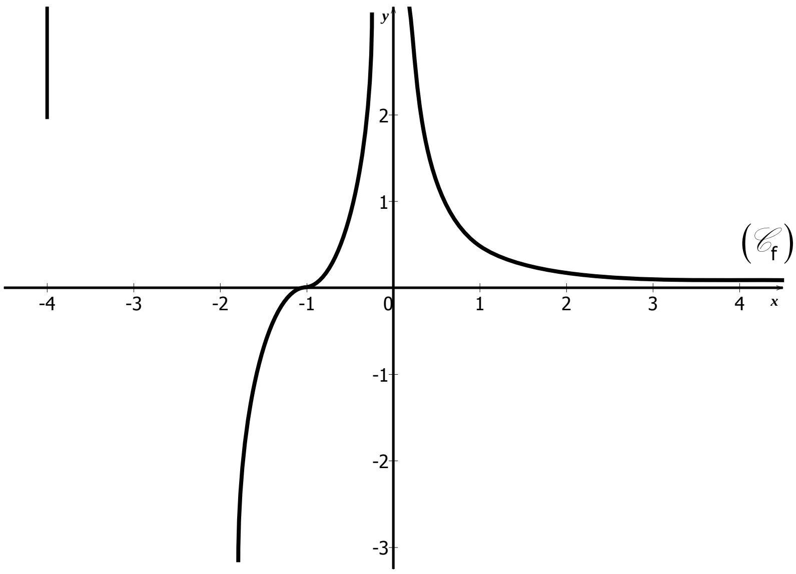
b/ Déterminer D_g (l'ensemble de définition de la fonction g).

c/ Montrer que $I\left(-\dfrac{1}{2};0\right)$ est un centre de symétrie pour $(\mathscr{C}_g)$.

2) Soit f une fonction définie sur $]-2;+\infty[\setminus\{0\}$ et $(\mathscr{C}_f)$, sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

a/ Déterminer : $\lim\limits_{x\to0}(g\circ f)(x)$ et $\lim\limits_{x\to\left(-\frac{1}{2}\right)}(f\circ g)(x)$.

b/ Dresser le tableau de variation de la fonction f.



Feuille annexe à remplir et à rendre avec la copie

Nom et prénom : ……………………………………………………………………………………………

<u>Annexe de l'exercice n°1 :</u>