LRT Mateur — *TAYACHI JAMEL*

DEVOIR DE CONTOLE N°1

06/11 2014

2H
4 inf

EXERCICE N°1 (3pts)

Choisir la bonne réponse

	A	B	C
Le nombre complexe $z = (1+i)^8$ est	réel	imaginaire	Ni réel ni imaginaire
Si l'équation $z^2 + bz + i = 0$ admet i comme soluion alors $b =$	$1-i$	$-1-i$	$1+i$
Soit la suite U vérifiant $n \le U_n \le \sqrt{9+n^2}$ alors U est	convergente	bornée	$(\frac{U_n}{n})$ est convergente
$U_n = \dfrac{3+(\frac{2}{5})^n}{3-(\frac{2}{5})^n}$ admet pour limite	$+\infty$	1	-1

EXERCICE N°2 (5pts)

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé $\left(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}\right)$

1. (a) Vérifier que $(1-5i)^2 = -24-10i$
   (b) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^2 + (3-i)z + 8 + i = 0$
2. Soient A, B et C les points d'affixes respectives $z_A = -2+3i, z_B = -1-2i$ et $z_C = 4-i$
   (a) Placer les points $A; B$ et C
   (b) Montrer que le triangle ABC est isocèle et rectangle .
   (c) Déterminer l'affixe du point D pour que $ABCD$ soit un carré .
3. Soit (Γ) l'ensemble des points M d'affixe z tels que $|z-1-i| = \sqrt{13}$.
   (a) Déterminer l'ensemble (Γ) .
   (b) Que représente l'ensemble (Γ) pour le carré $ABCD$? construire (Γ) .

EXERCICE N°3 (6pts)

Soit (U_n) une suite définie sur $\mathbb{N}$ par: $\begin{cases} U_0 &= 3 \\ U_{n+1} &= 4(1-\dfrac{1}{U_n}) \end{cases}$

1. (a) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$ on a :$U_n > 2$
   (b) Vérifier que pour tout entier naturel n on a : $U_{n+1} - U_n = -\dfrac{(U_n-2)^2}{U_n}$
   (c) Déduire que la suite (U_n) est décroissante.
   (d) Déduire que la suite (U_n) est convergente et calculer sa limite.
2. Soit V la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $V_n = \dfrac{1}{U_n - 1}$
   (a) Montrer que la suite V est arithmétique de raison $\dfrac{1}{2}$.
   (b) Exprimer V_n puis U_n en fonction de n

(c) Calculer $\lim V_n$ et retrouver $\lim U_n$

EXERCICE N°4 (6pts)

Soit f la fonction définie $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2\sin x - 4 & \text{si } x \leq 0 \\ \dfrac{x^2+4}{x^2-1} & \text{si } x > 0 \end{cases}$

1. (a) Montrer que pour $x \leq 0$ on a : $f(x) \geq x^2 - 6$

   (b) Déduire $\lim\limits_{-\infty} f$

2. Calculer $\lim\limits_{+\infty} f$ et interpréter graphiquement le résultat.

3. Montrer que f est continue en 0

4. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution dans l 'intervalle $[-\pi, 0]$.

5. On donne les variations de f sur chacun des intervalles $[0, 1[$ et $]1, +\infty[$

Déterminer les images par f des intervalles $[0, 1[$ et $[2, 10]$

x	0		1		$+\infty$
$f(x)$	-4	$\searrow$	$-\infty$ || $+\infty$	$\searrow$	1