

Exercice n°1 : (6points)

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ par :

$$f(x) = \begin{cases} 1 + x^2 \cos\left(\frac{1}{x}\right) & \text{si } x < 0 \\ \frac{x^3 - 1}{x^2 - 1} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

On désigne par (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

- 1) Déterminer $\lim_{+\infty} f(x)$ et $\lim_{+\infty} \frac{f(x)}{x}$.
- 2) Calculer $\lim_{+\infty} [f(x) - x]$. Interpréter graphiquement les résultats obtenus.
- 3) a) Montrer que pour tout $x \in]-\infty, 0[$; on a : $1 - x^2 \leq f(x) \leq 1 + x^2$
 b) Montrer que f est continue en 0.
- 4) Montrer que f est prolongeable par continuité en 1.
- 5) a) Déterminer le domaine de continuité de f . (Justifier la réponse)
 b) Sans résoudre l'équation $f(x) = 2$ montrer qu'elle admet une solution α dans $]1.6 ; 1.7[$.

Exercice n°2 : (6points)

Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct (O, \vec{u}, \vec{v}) , on considère A, B, C et I d'affixes respectifs : $Z_A = -2i$; $Z_B = 1+i$; $Z_C = 4+2i$ et $Z_I = 2$.

- 1) a) Placer sur une figure les points A, B, C et I .
 b) vérifier que I est le milieu du segment $[AC]$.
- 2) a) Calculer les affixes des vecteurs \overrightarrow{BA} et \overrightarrow{BC} .
 b) Montrer que le triangle ABC est isocèle en B .
- 3) Soit D le symétrique de B par rapport au point I .
 a) Déterminer l'affixe Z_D du point D .

b) Montrer que le quadrilatère ABCD est un losange.

Exercice n°3 : (4points)

Cocher la réponse juste

1) $1-3i$ est une racine carrée de

a) $8-6i$

b) $-8-6i$

c) $10-6i$

2) les solutions de l'équation $Z^2 - 2Z + 2 = 0$ sont :

a) $1+i$ et $1-i$

b) $1-2i$ et $1+i$

c) $1-2i$ et $1+2i$

3) l'ensemble des points $M(z)$ vérifiant est : $\frac{z-1}{z-i} \in i\mathbb{R}$ est :

a) la médiatrice de $[AB]$ ou $A(1)$ et $B(i)$.

b) le cercle de diamètre $[AB]$ ou $A(1)$ et $B(i)$.

4) la limite de la fonction $f(x) = \sqrt{x^2 + 3} - x$ en $+\infty$ est :

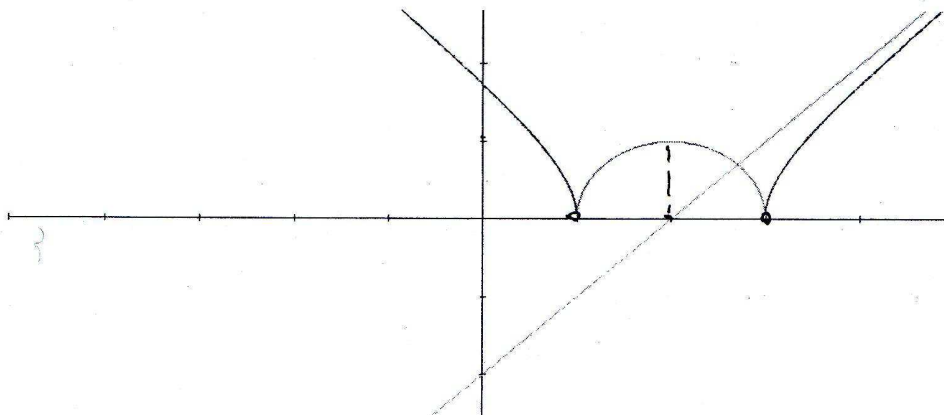
a) 3

b) 0

c) $+\infty$

Exercice n°4 : (4points)

La courbe ci-dessous est la représentation graphique d'une fonction définie sur \mathbb{R}



1)

$\lim_{+\infty} f(x) = +\infty$

$\lim_{+\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$

$\lim_{-\infty} f(x) = +\infty$

$f(1) = \dots 0 \dots$

$f(2) = \dots 1 \dots$

$f(3) = 0 \dots$ et $f'(2) = 0$.

2) Dresser le tableau de variation de f .

Bonne Chance