:	Devoir de contrôle n°01		
Lycée Ali Bourguiba Bembla	4 ème Inf 2	Dimanche 27-11-2011	Chortani Atef

Exercice 1(3 points)

Dans chacun des cas suivants déterminer le domaine de dérivabilité de f et sa fonction dérivée f'

1)$f(x) = \sqrt{x^4 + 5x^2 + 1} - x$

2)$f(x) = \dfrac{2x + 1}{x^2 + x + 2}$

3) $f(x) = (x^2 + x + 2)\sqrt{x^2 + 1}$

Exercice 2(7 points)

Soit g la fonction définie sur $[1; +\infty[$ par : $g(x) = 4x^3 - 3x - 8$

1)a)Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$

b) Dresser le tableau de variation de g sur $[1; +\infty[$

c)Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet sur $[1; +\infty[$ une unique solution α et que α∈[1,4 ; 1,5]

d) Déterminer le signe de $g$sur $[1; +\infty[$

2)Soit f la fonction définie sur $[1; +\infty[$ par $f(x) = \dfrac{x^3 + 1}{4x^2 - 1}$

a)Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$

b)Montrer que $f(\alpha) = \dfrac{3}{8}\alpha$

c)Montrer que pour tout $x \in [1; +\infty[$ $f'(x) = \dfrac{xg(x)}{(4x^2 - 1)^2}$

d) Etudier les variations de la fonction $f sur$ $[1; +\infty[$.

e) Montrer que f réalise une bijection de $[\alpha; +\infty[$ sur un intervalle I que l'on précisera.

Exercice 3(4 points)

On considère la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 6 \\ 6 & -8 & 12 \\ 3 & -3 & 4 \end{pmatrix}$

1) Calculer le déterminant de la matrice A , en déduire que A est inversible

2) Calculer $A + I_3$.

3) Calculer $A(A + I_3)$; en déduire l'expression de la matrice inverse de A.

4) Résoudre dans $\mathbb{R}^3$ le système suivant.

$$(S): \begin{cases} x - 3y + 6z = 5 \\ 6x - 8y + 12z = -16 \\ 3x - 3y + 4z = 3 \end{cases}$$

Exercice 4(6 points)

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$

1) Calculer $(1 + 3i)^2$

2) Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombre complexes l'équation (E) :$z^2 - (1 - i)z - 2i + 2 = 0$

3) Soit $P(z) = z^3 + (-5 + i)z^2 + (6 - 6i)z + 8i - 8$

a)Vérifier que 4 est une solution de P

b) Vérifier que $P(z) = (z - 4)(z^2 - (1 - i)z - 2i + 2)$

c)Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation$P(z) = 0$

4) Dans Le plan complexe muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$ on considère les points A, B et C

d'affixes respectives $z_A = 4$ et $z_B = 1 + i$ *et* $z_C = -2i$

a) Montrer que le triangle ABC est rectangle et isocèle

b) Déterminer l'affixe du point D tel que ABDC est un carré.