

<u>Lycee H. Souk Djerba</u> <u>Prof: Loukil Mohamed</u>	<u>Devoir de contrôle N:1</u> <u>Durée : 2 Heures</u>	<u>4 Sc -informatique</u> <u>Date : 11 Nov 2010</u>	<u>Nom :</u> <u>Prénom :</u>
--	--	--	---------------------------------

EXERCICE N°1 (4.5 points)

Déterminer la seule réponse correcte de chacune des propositions suivantes :

- 1)** L'écriture algébrique de i^{2011} est :

 - a) -1
 - b) i
 - c) $-i$

2) Le conjugué du nombre complexe $1 - iZ$ est :

 - a) $1 + i\bar{Z}$
 - b) $1 + iZ$
 - c) $1 - i\bar{Z}$

3) Si $|Z - i| = |Z + i|$ alors :

 - a) Z est imaginaire pur
 - b) Z est un réel
 - c) $Z = 0$

4) La fonction partie entière E est continue sur :

 - a) $]0, 1]$
 - b) $[0, 1[$
 - c) $[0, 1]$

5) Soit la fonction k définie par : $k(x) = 1 - x^2$ alors

 - a) $k([1; 2[) = [-3; 0[$
 - b) $k([1; +\infty[) =]-\infty; 0[$
 - c) $k([0; 1]) = [0; 1]$

6) Soit (U_n) la suite définie sur \mathbb{N} par : $U_n = \frac{(-1)^n n}{n^2 + 1}$, alors :

 - a) $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = 0$
 - b) $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = +\infty$
 - c) (U_n) n'a pas de limite

EXERCICE N: 2 (5 points)

- A)** Soit dans \mathbb{C} l'équation : (E) $Z^2 + (-5 + i)Z + 8 - i = 0$.

1) Vérifier que : $Z' = 2 + i$ est une solution de (E) .

2) Sans résoudre l'équation (E), trouver sa deuxième solution Z'' .

B) Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct (O, \vec{u}, \vec{v}) .

On considère les points A, B et C d'affixes respectives : $Z_A = 2 + i$, $Z_B = -1$ et $Z_C = 3 - 2i$.

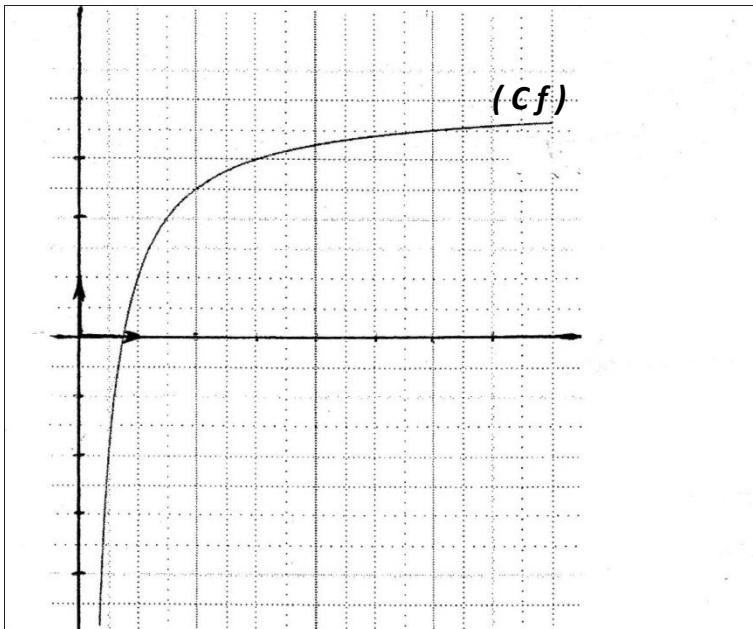
1) Placer les points A, B et C .

2) Déterminer l'affixe du point I milieu du segment $[BC]$.

3) a) Calculer les distances AB , AC et BC
b) Déduire la nature du triangle ABC .

4) a) Déterminer l'affixe du point D symétrique du point A par rapport à I .
b) Quelle est la nature du quadrilatère $ABDC$? justifier la réponse .

EXERCICE N° 3 (4.5 points)



On a représenté ci-dessus dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) la courbe de la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par : $f(x) = 4 - \frac{3}{x}$.

Soit (U_n) la suite définie sur \mathbb{N} par : $U_0 = 5$ et $U_{n+1} = f(U_n)$.

- 1) a) Tracer la droite Δ d'équation $y = x$ et représenter sur l'axe (O, \vec{i}) les termes U_0 , U_1 et U_2 .
- b) Quel conjecture sur la monotonie et la convergence peut-on faire ?
- 2) a) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$ on a : $3 \leq U_n$.
- b) Montrer que la suite (U_n) est décroissante sur \mathbb{N} .
- c) Montrer que la suite (U_n) est convergente et calculer sa limite.

EXERCICE N° 4 (6 points)

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ par : $f(x) = \begin{cases} 1+x^2 \cos(\frac{1}{x}) & \text{si } x < 0 \\ \frac{x^3-1}{x^2-1} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

On désigne par (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}).

- 1) Déterminer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$. Interpréter graphiquement les résultats obtenus.
- 2) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x]$. Interpréter graphiquement les résultats obtenus.
- 3) a) Montrer que pour tout $x \in]-\infty; 0[$ on a : $1-x^2 \leq f(x) \leq 1+x^2$.
- b) Montrer que f est continue en 0.
- 4) Montrer que f est prolongeable par continuité en 1.
- 5) a) Déterminer le domaine de continuité de f . (Justifier la réponse)
- b) Sans résoudre l'équation $f(x) = 2$ montrer qu'elle admet une solution α dans $]1.6 ; 1.7[$.