Lycée Ali Bourguiba Bembla Monastir	**DEVOIR DE CONTRÔLE N° : 01**	*$4^{ème}$ Inf 2* *16-11-2009* *2heures* *Prof : M.Chortani*

Exercice 1 (4 points)

Pour chacune des questions suivantes une seule des trois réponses proposées est exacte. Indiquer le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.

Aucune justification n'est demandée

1) Le module du nombre complexe $z = 4 + 3i$ est égal à

a)7 b) 25 c) 5

2) Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal $(O, \vec{u}, \vec{v})$

L'ensembledes points M d'affixe z tel que $\frac{z+1}{z-1}$ est imaginaire pur est

a)Le cercle de centre O et de rayon 1 privé du point d'affixe 1

b) L'axe des imaginaires purs privé du point d'affixe i.

c)L'axe des réels privé du point d'affixe 1.

3) Soit f une fonction définie et continue sur [1 ,2] tel que $f(1)=-1$ et $f(2)=3$ alors :

a)f est croissante sur [1,2]

b) L'équation $f(x) = 2$ admet dans [1,2] au moins une solution

c) L'équation $f(x) = 2$ admet dans [1,2] exactement une solution

4)a) $\lim\limits_{x \to -\infty} \sqrt{x^2 - 2x + 1} + x = -\infty$

b) $\lim\limits_{x \to -\infty} \sqrt{x^2 - 2x + 1} + x = 1$

c) $\lim\limits_{x \to -\infty} \sqrt{x^2 - 2x + 1} + x = 2$

Exercice 2 (3 points)

1) Ecrire sous forme algébrique le nombre complexe $z = \frac{(2+i)(1-i)}{1+i}$.

2) Soit f l'application de $\mathbb{C} \setminus \{-1\}$ dans $\mathbb{C}$ définie par $f(z) = = \frac{z}{z+1}$

a)Calculer, sous forme algébrique $f(i)$; $f(-i)$; $f(-1+i)$.

b) Résoudre dans C l'équation $f\ (z) = i$ et écrire la solution sous forme algébrique

Exercice 3 (6 points)

1)a) Calculer $(1 - 2i)^2$

b) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^2 - (3 + 4i)z + 7i - 1 = 0$

2) On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation (E): $z^3 - (3 + 5i)z^2 + (10i - 5)z + 7 + i = 0$

a)Montrer que (E) admet une solution imaginaire pure que l'on déterminera

b) Déterminer les nombres complexes a et b tels que pour tout nombre complexe z on a :

$z^3 - (3 + 5i)z^2 + (10i - 5)z + 7 + i = (z - i)(z^2 + az + b)$

c) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E)

3) Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé $(O; \vec{u}; \vec{v})$ on considère les points A,B et C d'affixes respective $1 + 3i$; i et $2 + i$

a) placer sur une figure les A,B et C.

b) Montrer que le triangle ABC est un triangle isocèle

Exercice 4(7 points)

Soit g la fonction définie sur par $g(x) = 2x^3 + 3x^2 + 1$

1) a) Dresser le tableau de variation de g.

b) En déduire que l'équation $g(x)$= 0possède dans $\mathbb{R}$ une solution unique α et vérifier que $-1.7 < \alpha < -1.6$.

c) Déterminer le signe de $g(x)$dans chacun des intervalles$]-\infty, \alpha[$et $[\alpha, +\infty[$.

2) Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$. Par $f(x) = \dfrac{1 + x}{1 - x^3}$

a) Déterminer les limites de f aux bornes de son domaine de définition.

Interpréter ces résultats géométriquement.

b) Montrer que pour tout x de $\mathbb{R} \setminus \{1\}$. $f'(x) = \dfrac{g(x)}{(1 - x^3)^2}$

c) Dresser le tableau de variation de f.

3) Soit h la restriction de f à l'intervalle$]1, +\infty[$.

a) Montrer que h est une bijection de$]1, +\infty[$sur un intervalle J que l'on déterminera.

b) Donner le tableau de variation de la fonction h^{-1}