LYCEE **ABOULOUBABA GABES**	**DEVOIR DE CONTROLE**	Prof **: S-SOLA**
A-S : 2009/2010	N° :1	SECTION : **4 Inf$_2$**
EPREUVE : MATHEMATIQUES	DUREE : **2h**	COEFFICIENT : 3

NB : +Le sujet comporte 2 pages.
+L'utilisation de la calculatrice est autorisée.
+ L'usage de correcteur est interdit.
+ La présentation est appréciée.
+La clarté des raisonnements et la qualité de la rédaction interviendront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

EXERCICE N°1 :(4 pts)

Pour chaque question, une seule des trois propositions est exacte. L'élève indiquera sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.
Une réponse exacte rapporte 1 *point ; une réponse inexacte ou l'absence de réponse est comptée* 0 *point.*

1) On considère trois suites (u_n), (v_n) et (w_n) ayant, pour tout entier naturel n, les propriétés suivantes : $u_n \leq v_n \leq w_n$, $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = -1$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} w_n = 1$. Alors :

a. $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = 0$ **b.** Pour tout n de IN, on a : $-1 \leq v_n \leq 1$

c. On ne sait pas dire si la suite (v_n) a une limite ou non.

2) On considère la suite U géométrique de premier terme $U_1 = 2$ et de raison $q = \frac{1}{3}$

Son terme général Un vaut :

a. $\frac{2}{3^n}$ **b.** $\left(\frac{2}{3}\right)^n$ **c.** $\frac{2}{3^{n-1}}$

3) Si $(U_n)_{n\in IN}$ est la suite définie par $U_n = 5.(\frac{2}{3})^n$ alors (U_n)

a. tend vers $+\infty$ **b.** est convergente **c.** n'a pas de limite.

4) Soit p un nombre premier.

a. $p \wedge p^2 = 1$ **b.** $p \wedge p^2 = p$ **c.** $p \wedge p^2 = p^2$

EXERCICEN°2:(6 pts)

Soit (U_n) la suite définie sur IN par : $\begin{cases} U_0 = 3 \\ U_{n+1} = 4(\frac{U_n - 1}{U_n}) \end{cases}$.

1) a. Vérifier que pour tout entier naturel n on a : $U_{n+1} = 4(1 - \frac{1}{U_n})$.

b. Montrer que pour tout entier naturel n on a : $U_n \succ 2$.

c. Vérifier que pour tout entier naturel n on a : $U_{n+1} - U_n = -\frac{(U_n - 2)^2}{U_n}$.

d. Déduire que la suite (U_n) est décroissante.

e. En déduire que la suite (U_n) est convergente et trouve $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$.

2) Soit (V_n) la suite définie sur IN par : $V_n = \frac{1}{U_n - 2}$.

a. Montrer que (V_n) est une suite arithmétique de raison $\frac{1}{2}$.

b. Exprimer V_n puis U_n en fonction de n.

c. Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} V_n$ et retrouver $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$.

EXERCICE N°3:(6 pts)

Une fonction f est définie et continue sur $IR-\{4\}$ et dont le tableau de variation est le suivant :

X	$-\infty$		0		4		$+\infty$
f(x)	$+\infty$	↘	1	↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	3

On note (C_f) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé.

1. a) Montrer que l'équation $f(x)=0$ admet une seule solution α dans IR.

   b) Etudier le signe de f(x) suivant les valeurs de x.

2. Lorsque cela est possible déterminer les limites suivantes :

$$\lim_{x\to-\infty}\sqrt{f(x)} \quad , \quad \lim_{x\to+\infty}\sqrt{f(x)} \quad , \quad \lim_{x\to-\infty}\frac{1}{f(x)} \quad \text{et} \quad \lim_{x\to4}\frac{1}{f(x)}$$

3. Répondre par vrai ou faux sans justification.
   a) 1 est un minimum local de f.
   b) 3 est un maximum local de f.
   c) La droite d'équation x = 4 est une asymptote à (C_f).
   d) La droite d'équation y = 3 est une asymptote à (C_f).

EXERCICE N°4:(4 pts)

On considère l'équation (E) : 11 x+9 y=3 où x et y sont des entiers relatifs.

1) Montrer que (E) admet au moins une solution.
2) Vérifier que (6,-7) est une solution de (E).
3) Montrer (x , y) est solution de (E) si et seulement si 11(6-x) = 9(y+7).
4) En déduire les solutions de (E).

BON TRAVAIL