Prof : Mr Jaouahdou Tharouat
L.S.Ibn Rachik . Kairouan

Classe : 4éme Info
Novembre 2008

Devoir de contrôle n°01

Durée : 2 H

Exercice n°1 : *(2.5 pts)*

Cocher la réponse correcte, sachant qu'aucune justification n'est demandée.

Onconsidère les deux fonctions définies sur R par :

$f : x \mapsto |x|(1-x^2)$ et $g : x \mapsto -x^2 + x$

alors :

Q_0	$\lim\limits_{x \mapsto 0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim\limits_{x \mapsto 0} \lvert x \rvert$	
Q_1	$\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim\limits_{x \to -\infty} \lvert x \rvert$	
Q_2	$\lim\limits_{x \mapsto 1} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim\limits_{x \mapsto 1} (x+1)$	
Q_3	La courbe représentative de $\frac{f}{g}$ admet la droite d'équation y = - x comme asymptote en $-\infty$	
Q_4	$\lim\limits_{x \to -\infty} \left[\frac{f(x)}{g(x)} + x\right] = -1$	

Exercice n°2 : *(9 pts)*

Les parties A et B sont indépendantes

Partie A

1) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) : $z^2 - 3(1+i)z + 5i = 0$

2) Soit dans $\mathbb{C}$ l'équation (F) : $z^3 - 4(1+i)z^2 + 11iz + 5(1-i) = 0$

a) Vérifier que $1+i$ est une solution de l'équation de (F)

b) Déterminer les nombres complexes a , b et c tels que pour tout $z \in \mathbb{C}$ on a :

$$z^3 - 4(1+i)z^2 + 11iz + 5(1-i) = (z-1-i)(az^2 + bz + c)$$

c) Résoudre alors l'équation (F)

d) On considère, dans un repère orthonormé $(o, \vec{u}, \vec{v})$, les points A , B et C d'affixes respectives $1+i$, $2+i$ et $1+2i$.

Donner la nature du triangle ABC .

Partie B

Pour ce QCM, une seule des quatre propositions est exacte. Le candidat indiquera sur sa copie la lettre correspondante à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

À tout nombre complexe $z \neq -2$, on associe le nombre complexe z' défini par : $z' = \dfrac{z - 4i}{z + 2}$.

L'ensemble des points M d'affixe z tels que z' est un réel est :

(a) : un cercle

(b) : une droite

(c) : une droite privée d'un point

(d) : un cercle privé d'un point

<u>Exercice n°3 :</u> *(8.5 pts)*

Les parties I et II sont indépendantes

Partie I

On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $\begin{cases} u_0 = -1 \\ u_{n+1} = \dfrac{9}{6-u_n} \end{cases} \quad , \quad n \in \mathbb{N}$

1°- Montrer que la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est majoré par 3.

2°- a) Montrer que la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est croissante.

b) En déduire qu'elle est convergente et déterminer sa limite.

3°- Soit la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par $v_n = \dfrac{1}{u_n - 3}$.

(a) Démontrer que la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est un suite arithmétique et déterminer son premier terme et sa raison.

(b) Calculer v_n puis u_n en fonction de n et retrouver la limite de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$.

Partie II

Le candidat doit indiquer sur sa copie (la) ou les propositions vraies. Aucune justification n'est demandée.

Les suites suivantes sont convergentes :

(a) $\left(\dfrac{2n+(-1)^n\sqrt{n}}{n+1}\right)_{n\in\mathbb{N}}$

(b) $\left(n\sin\dfrac{1}{n}\right)_{n>0}$

(c) $\left(\dfrac{n+(-1)^n}{n^2}\right)_{n>0}$