

Lycée Souassi	<i>Devoir de Contrôle N°1</i>	Professeur : Wissem Fligène
Date : 11/11/2007		Epreuve : Mathématiques
Classes : 4 Sc.Inf ₁ et 2		Durée : 2 heures

- Il est recommandé de soigner la rédaction et la présentation de la copie -

Exercice 1 : (4 points)

Répondre par *vrai* ou *faux* sans justifier aux affirmations suivantes :

Le barème est le suivant :

1 point pour la bonne réponse, **0 point** pour une absence de réponse et **-0,5 point** pour une réponse fautive. Si le résultat global est négatif la note attribuée à l'exercice est amenée à 0

- 1) Si une suite n'est pas majorée alors elle tend vers $+\infty$
- 2) Si une suite est croissante alors elle tend vers $+\infty$
- 3) Si une suite tend vers $+\infty$ alors elle n'est pas majorée
- 4) Si une suite tend vers $+\infty$ alors elle est croissante

Exercice 2 : (7 points)

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 5$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $3u_{n+1} = u_n + 4$

- 1) Calculer u_1 et u_2
- 2) Démontrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n \geq 2$
- 3) Montrer que (u_n) est une suite décroissante.
- 4) Montrer que (u_n) est convergente et déterminer sa limite.
- 5) On pose pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_n = u_n - 2$.

Montrer que (v_n) est une suite géométrique.

En déduire l'expression de v_n en fonction de n .

- 6) Soit $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ et $T_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$
Déterminer l'expression de S_n , puis l'expression de T_n en fonction de n .
- 7) Déterminer $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ et $\lim_{n \rightarrow \infty} T_n$

Exercice 3 : (3 points)

- 1) En utilisant l'algorithme d'Euclide, déterminer le PGCD de 660 et 1419
- 2) Trouver un couple (u, v) d'entiers relatifs tels que :
$$660u + 1419v = d$$

 d désignant le PGCD de 660 et 1419
- 3) Peut-on trouver deux entiers relatifs x et y tels que $660x + 1419y = 3$?

Exercice 4 : (3 points)

- 1) Soit a et b deux entiers non nuls. On appelle d leur PGCD.
On note a' et b' les entiers définies par $a = da'$ et $b = db'$.
Démontrer que a' et b' sont premiers entre eux
- 2) Déterminer l'ensemble des couples (a, b) d'entiers naturels admettant pour somme 54 et pour PGCD 6.

Exercice 5 : (3 points)

- 1) Vérifier les congruences : $2^5 \equiv -1[11]$ et $3^5 \equiv 1[11]$
- 2) En déduire, pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a : $2^{10n+5} + 3^{10n+5}$ est divisible par 11