

LYCEE EL FAOUAR-KEBELI

DEVOIR DE SYNTHÈSE N°1

Niveau : 4ème

Durée : 2H

Date : 04-12-2019

Année scolaire : 2019/2020

Epreuve : Mathématiques

Professeur : El fekih Nader

Exercice 1 :(5,5 pts)

Soit les équations $(E_1) : Z^6=1$ et $(E_2) : Z^6=8i$

1-resoudre dans \mathbb{C} l'équation (E_1)

(On donne les solutions sous forme exponentielle et algébrique)

2-a-verifier que $(1 - i)^6=8i$

b-montrer que z est une solution de l'équation (E_2) équivaut a $\frac{z}{1-i}$ est une solution de l'équation (E_1)

c-en déduire les solutions de l'équation (E_2)

(On donne les solutions sous forme exponentielle et algébrique)

d-en déduire les valeurs exactes de $\cos(\frac{\pi}{12})$ et $\sin(\frac{\pi}{12})$

e-dans l'annexe (1), le plan est muni d'un repère orthonormé direct

$(O ; \vec{u} ; \vec{v})$. Γ est le cercle de rayon $\sqrt{2}$ et H le point d'affixe $\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{12}}$

Placer les images des solutions de l'équation (E_2)

Exercice 2 :(5 pts)

Soit $f(x)=\frac{1}{\cos(x)}$ sur $\left[0; \frac{\pi}{2}\right[$

1-dresser le tableau de variation de f puis construire C_f

2-montrer que f réalise une bijection de $\left[0; \frac{\pi}{2}\right[$ sur un intervalle J que

l'on déterminera

3-a-montrer que f^{-1} n'est pas dérivable à droite en 1

b-montrer que f^{-1} est dérivable sur $]1; +\infty[$

c-montrer que $\forall x \in]1; +\infty[$ on a $(f^{-1})'(x) = \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$

d-construire $C_{f^{-1}}$

Exercice 3 (5,5 pts)

1-resoudre dans \mathbb{C} l'équation $(E_1) : z^2 + (2+i)z + i = 0$

2-on considère dans \mathbb{C} l'équation $(E) : z^3 + (1+i)z^2 - 2z - i = 0$

a-vérifier que 1 est une solution de (E)

b-déterminer les nombres complexes a et b tels que :

$$z^3 + (1+i)z^2 - 2z - i = (z-1)(z^2 + az + b)$$

c-en déduire dans \mathbb{C} les solutions de l'équation (E)

3-dans le plan complexe rapporté a un repère orthonormé direct

$(O; \vec{u}; \vec{v})$. on considère les points A ; B et C d'affixes respectifs :

$$z_A = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i, \quad z_B = -\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i \quad \text{et} \quad z_C = 1$$

a-mettre chacun des nombres complexes z_A et z_B sous forme exponentielle

b-montrer que les points A et B appartiennent au cercle de centre O et de rayon 1.

Construire les points A ; B et C dans la figure (2) de l'annexe

4-soient les points E et F du plan d'affixes respectives $z_E = z_A - 1$

et $z_F = z_B - 1$

a-montrer que OEAC et OFBC sont des parallélogrammes.

b-construire alors E et F

c-vérifier que : $e^{i\frac{5\pi}{12}}(e^{i\frac{7\pi}{12}} + e^{-i\frac{7\pi}{12}}) = e^{-i\frac{\pi}{6}} - 1$ et $e^{i\frac{13\pi}{12}}(e^{i\frac{\pi}{12}} + e^{-i\frac{\pi}{12}}) = e^{i\frac{7\pi}{6}} - 1$

d-déduire la forme exponentielle de chacune des solutions de l'équation (E_1)

Exercice 4 (4 pts)

On donne en annexe (3) la courbe représentative dans un repère orthonormé d'une fonction f définie sur $[-2; 0[$

1-par une lecture graphique :

a-donner $f(-2)$, $f(-1)$, $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$, $f'(-1)$ et $\lim_{x \rightarrow (-2)^+} \frac{f(x)+1}{x+2}$

b-donner une équation de la tangente T au point d'abscisse -1

c-donner $f([-2; 0[)$

d-dresser le tableau de variation de f

e-donner le signe de f , $\forall x \in [-2; 0[$

3-a-montrer que f réalise une bijection de $[-2; 0[$ sur un intervalle J que l'on précisera

b-dresser le tableau de variation de f^{-1}

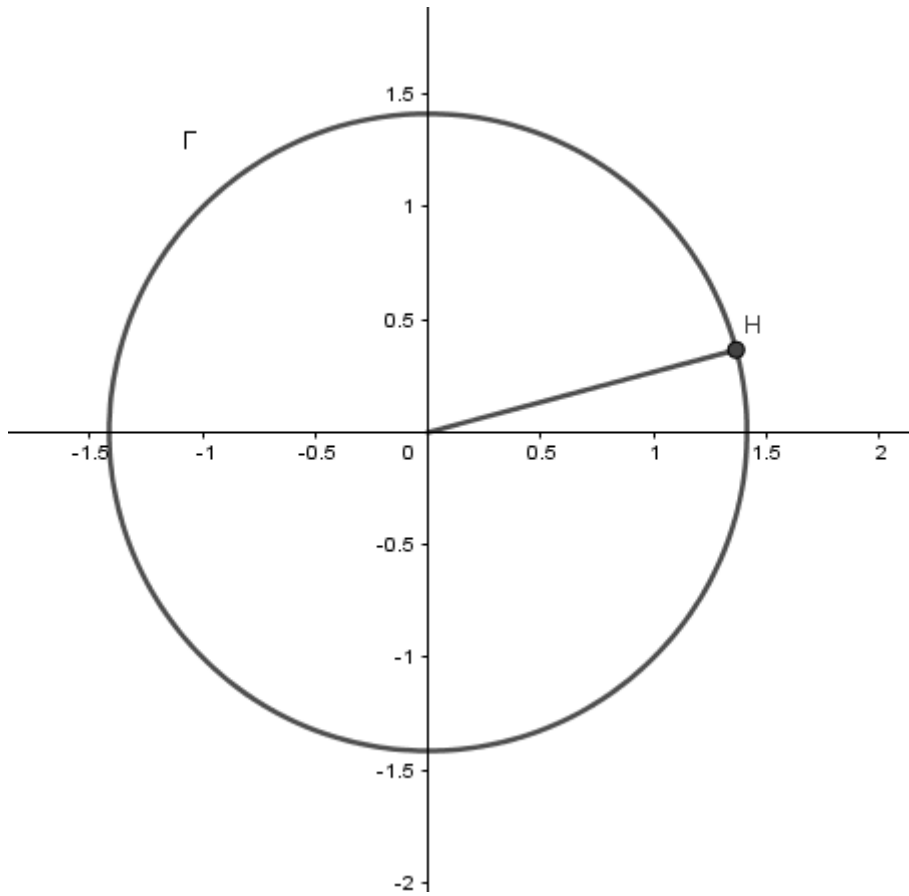
c-construire la courbe de f^{-1} dans le même repère (annexe 3)

😊😊😊BON TRAVAIL😊😊😊

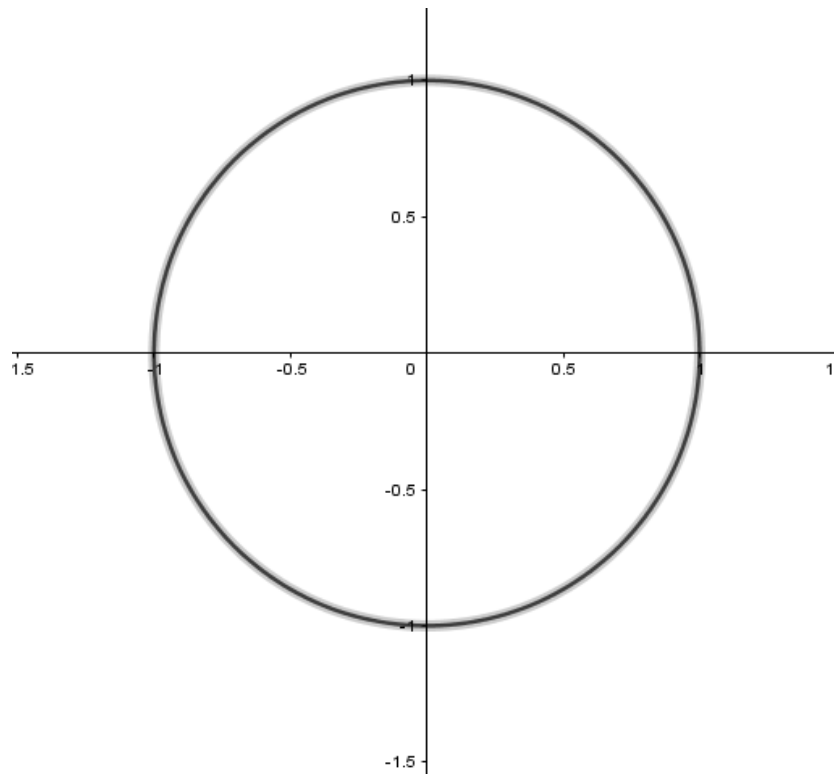
Annexes

Nom et prénom :

Annexe 1 :



Annexe 2 :



Annexe 3

