

EXERCICE N°1 09 pts

Soit f la fonction définie sur $]1, +\infty[$ par : $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x} + 2$ et ζ_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1°) **a-** Etudier la dérivabilité de f à droite en 1 puis interpréter graphiquement le résultat

b- Montrer que f est dérivable sur $]1, +\infty[$ et que pour tout $x \in]1, +\infty[$ on a : $f'(x) = \frac{1}{x^2 \sqrt{x^2 - 1}}$

c- Montrer que : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3$

d- Dresser le tableau de variation de f

e- Tracer la courbe ζ_f

2°) **a-** Montrer que f est une bijection de $]1, +\infty[$ sur un intervalle I que l'on précisera

b- Tracer dans le même repère la courbe représentative $\zeta_{f^{-1}}$ de la fonction réciproque f^{-1} de f

c- Expliciter $f^{-1}(x)$ pour tout $x \in I$

3°) On considère la fonction g définie sur $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ par : $g(x) = f\left(\frac{1}{\cos x}\right)$; si $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ et $g\left(\frac{\pi}{2}\right) = 3$

a- Montrer que pour tout $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ on a : $g(x) = 2 + \sin x$

b- Montrer que g est bijection de $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ sur un intervalle J que l'on déterminera

c- Montrer que la fonction réciproque g^{-1} de g est dérivable sur $[2, 3[$

Calculer $(g^{-1})'(x)$ pour tout $x \in [2, 3[$

EXERCICE N°2 05 pts

1°) **a-** Vérifier que : $(2 + 2i)^2 = 8i$

b- Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2 - 2(1 + i)z - 6i = 0$

2°) Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$, on considère les points A , B et C

d'affixes respectives : $z_A = 3 + 3i$, $z_B = -1 - i$ et $z_C = (1 - 2\sqrt{3}) + (1 + 2\sqrt{3})i$

a- Vérifier que : $z_C - z_A = \left(\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \cdot (z_B - z_A)$

b- Déterminer le module et un argument du nombre complexe : $\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$

c- En déduire que le triangle ABC est équilatéral

3°) Soient Ω le point d'affixe : $z_{\Omega} = 1 + i$ et D le symétrique du point C par rapport à Ω

a- Vérifier que Ω est le milieu du segment $[AB]$

b- Placer les points A, B, Ω, C et D

c- Montrer que le quadrilatère $ACBD$ est un losange et calculer son aire

EXERCICE N°3

06 pts

L'espace est muni d'un repère orthonormé $(A; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. Et $ABCDEFGH$ est un parallélépipède tel que : $\overrightarrow{AB} = 2\vec{i}$, $\overrightarrow{AD} = 4\vec{j}$ et $\overrightarrow{AE} = 3\vec{k}$

1°) **a-** Vérifier que : $\overrightarrow{AG} = 2\vec{i} + 4\vec{j} + 3\vec{k}$

b- Montrer que : $\overrightarrow{EB} \wedge \overrightarrow{EG} = 12\vec{i} - 6\vec{j} + 8\vec{k}$

c- Déterminer une équation cartésienne du plan (EBG)

2°) Soit α un réel différent de 1 et M le point de coordonnées $(2\alpha, 4\alpha, 3\alpha)$

a- Vérifier que M décrit la droite (AG) privée de G

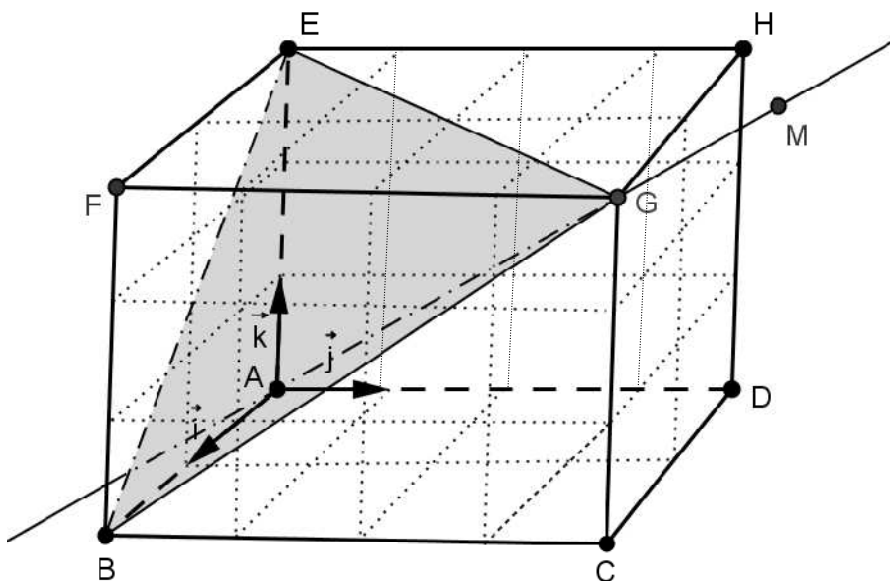
b- Montrer que M n'appartient pas au plan (EBG)

3°) Soit V le volume du tétraèdre $EBGM$.

a- Exprimer V en fonction de α

b- Déduire le volume du tétraèdre $EBGA$ puis calculer la distance du point A au plan (EBG)

c- Pour quelles valeurs de α ; V est-il égal au volume parallélépipède $ABCDEFGH$?



REVUE
CORRIGÉ