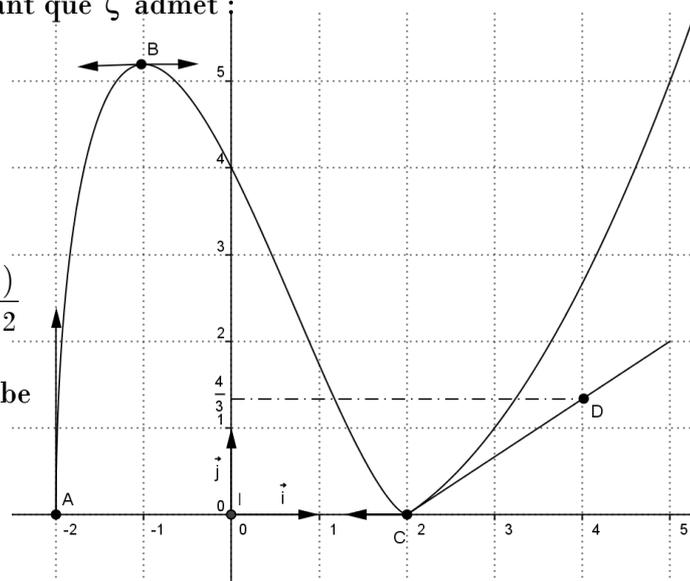


EXERCICE N°1 (06 pts)

I°) Soit f une fonction une fonction définie sur $[-2, +\infty[$ et dont la courbe représentative ζ

dans un repère orthonormé est ci-contre. Sachant que ζ admet :

- Une demi- tangente verticale au point A
- Une tangente horizontale au point B
- Une demi- tangente horizontale au point C



Répondre graphiquement :

1°) Déterminer: $f'(-1)$ $\lim_{x \rightarrow (-2^-)} \frac{f(x)}{x-2}$ et $\lim_{x \rightarrow (-2^+)} \frac{f(x)}{x+2}$

2°) L'équation de la demi-tangente [CD) à la courbe de f au point d'abscisse 2

II°) On suppose que la restriction g de f à l'intervalle $[-2, 2]$ est définie par : $g(x) = (2-x)\sqrt{4-x^2}$

1°) Etudier la dérivabilité de f à droite en -2 et à gauche en 2 puis interpréter graphiquement les résultats.

2°) a- Montrer que g est dérivabilité $] -2, 2[$ et pour tout $x \in] -2, 2[$ on a : $g'(x) = \frac{2x^2 - 2x - 4}{\sqrt{4-x^2}}$

b- Dresser le tableau de variation de g

EXERCICE N°2 (04 pts)

1°) Soit (U_n) définie sur \mathbb{N}^* par : $U_n = \frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt{n}}$

Montrer que (U_n) converge et déterminer sa limite

2°) Pour tout entier non nul n, on pose : $S_n = \sum_{k=1}^n U_k = 1 - \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} - \dots + \frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt{n}}$

$a_n = S_{2n}$ et $b_n = S_{2n+1}$

a- Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on a, $b_n \geq a_n$

- b- Montrer que : $n \in \mathbb{N}^*$, on a, $a_{n+1} - a_n = \frac{1}{\sqrt{2n+1}} - \frac{1}{\sqrt{2n+2}}$ puis déduire que (a_n) est croissante.
- c- Montrer que (b_n) est décroissante.
- d- Montrer que les suites (a_n) et (b_n) sont adjacentes.
- e- Montrer que (S_n) converge vers un réel α et que : $S_4 \leq \alpha \leq S_5$

EXERCICE N°3 (05 pts)

1°) a- Résoudre dans \mathbb{C} l'équation : $z^2 - 2\sqrt{3}z + 4 = 0$

b- Ecrire les solutions sous forme exponentielle

2°) Pour tout $z \in \mathbb{C}$; on pose : $P(z) = z^3 - 2(\sqrt{3} + i)z^2 + 4(1 + i\sqrt{3})z - 8i$

a- Montrer que le nombre complexe : $z_0 = 2i$ est une racine de l'équation : $P(z) = 0$

b- Résoudre dans \mathbb{C} l'équation : $P(z) = 0$

3°) Dans le plan muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}; \vec{v})$,

On donne les points : $A(\sqrt{3} - i)$; $B(\sqrt{3} + i)$ et $C(2i)$

a- Placer les points A , B et C

b- Montrer que le quadrilatère OABC est un losange

EXERCICE N°4 (05 pts)

L'espace est muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

On considère les points : $A(-1, 0, 1)$, $B(1, 4, -1)$, $C(1, -2, -1)$ et $D(1, -1, 2)$

1°) Montrer que le triangle ABC est rectangle en A.

2°) Montrer que : $\overline{AB} \wedge \overline{AC} = -12\vec{i} - 12\vec{k}$

Calculer l'aire \mathcal{A} du triangle ABC

3°) a- Calculer le volume \mathcal{V} du tétrèdre ABCD

b- Soit K le projeté orthogonal de D sur le plan (ABC) . Calculer la distance DK

