

Mr. Troudi KameL	Devoir de contrôle n°1	Section : 2SC1+4
Lycée pilote Kairouan	Mathématiques	Année: 2008/2009

### Exercice 1 (4points)

Soit  $(\vec{i}, \vec{j})$  une base orthonormée du plan.

Soient  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  deux vecteurs du plan définis par :  $\vec{u} = \vec{i} + 3\vec{j}$  et  $\vec{v} = 3\vec{i} - \vec{j}$

#### 1) Répondre par « Vrai » ou « Faux » :

- $\mathcal{B} = (\vec{u}, \vec{v})$  est une base de l'ensemble des vecteurs du plan  $\mathcal{V}$ .
- Le vecteur  $\vec{u}$  est unitaire.
- $\|\vec{v}\| = \|\vec{u}\|$  équivaut à  $\vec{u} = \vec{v}$ .
- $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont orthogonaux.

#### 2) Cocher la bonne réponse

- a)  $\vec{U} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$  et  $\vec{V} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$  sont orthogonaux si et seulement si :

$$1) xy' + x'y = 0 \quad 2) xy' - x'y = 0 \quad 3) xx' + yy' = 0$$

- b) la droite  $D: 2x - 3y + 1 = 0$  est de vecteur normal :

$$1) \vec{n} = 2\vec{i} + 3\vec{j} \quad 2) \vec{n} = -2\vec{i} + 3\vec{j} \quad 3) \vec{n} = -2\vec{i} - 3\vec{j}$$

- c) L'ensemble des solutions de l'équation:  $|x + 1| = 20$  est :

$$1) \{19\} \quad 2) \{-21, 19\} \quad 3) \{19, 21\}$$

- d) La forme canonique du trinôme  $p(x) = 3x^2 + x - 1$  est :

$$1) 3 \left[ \left(x + \frac{1}{6}\right)^2 - \frac{13}{36} \right] \quad 2) 3 \left[ \left(x + \frac{1}{6}\right)^2 + \frac{13}{36} \right] \quad 3) 3 \left[ \left(x - \frac{1}{6}\right)^2 - \frac{13}{36} \right]$$

### Exercice 2 (8points)

Soit (E) :  $x^2 - x - 2 = 0$

- Sans calculer le discriminant justifier que (E) admet deux racines distinctes.
  - Sans calculer  $x'$  et  $x''$  calculer  $(3x'+1)(3x''+1)$

- Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation (E)

- En déduire la résolution dans  $\mathbb{R}$  des équations suivantes

$$* x^4 - x^2 - 2 = 0. \quad * 3x^2 - \sqrt{3}x - 2 = 0$$

- Simplifier les expressions  $A = \frac{x^4 - x^2 - 2}{x^2 + 1}$  et  $B = \frac{x^4 - x^2 - 2}{x^2 - 2}$

- Résoudre dans  $\mathbb{R}^2$  les systèmes

$$a) \begin{cases} x + y = 1 \\ xy = -2 \end{cases} \quad b) \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = -0,5 \\ xy = -0,5 \end{cases}$$

### Exercice 3 (8points)

Soit  $(o, \vec{i}, \vec{j})$  un repère orthonormé du plan

On donne les points A(3, 1), B(-1, 1) et C(-1, 3)

- Placer dans le repère les points A, B et C
  - Montrer que A, B et C ne sont pas alignés

- Montrer qu'une équation cartésienne de la droite (AC) est:  $x + 2y - 5 = 0$ .
  - Déterminer les points de rencontre de la droite (AC) avec  $(o, \vec{i})$  et  $(o, \vec{j})$ .

- Montrer que le triangle ABC est rectangle en B
  - Calculer l'aire du triangle ABC.

- Soit M un point du segment  $[AC]$  privé des points A et C, P et Q sont les projetés orthogonaux du point M respectivement sur les segments  $[AB]$  et  $[BC]$

On pose  $AP = x$  ( $x \in \mathbb{R}^*$ )

- Montrer que  $MP = \frac{x}{2}$

- Soit  $S(x)$  l'aire du rectangle MPBQ, Montrer que  $S(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 2x$

- Déterminer  $x$  pour que  $S(x)$  soit égale à  $\frac{3}{2}$

- Déterminer  $x$  pour que  $S(x)$  soit maximale.