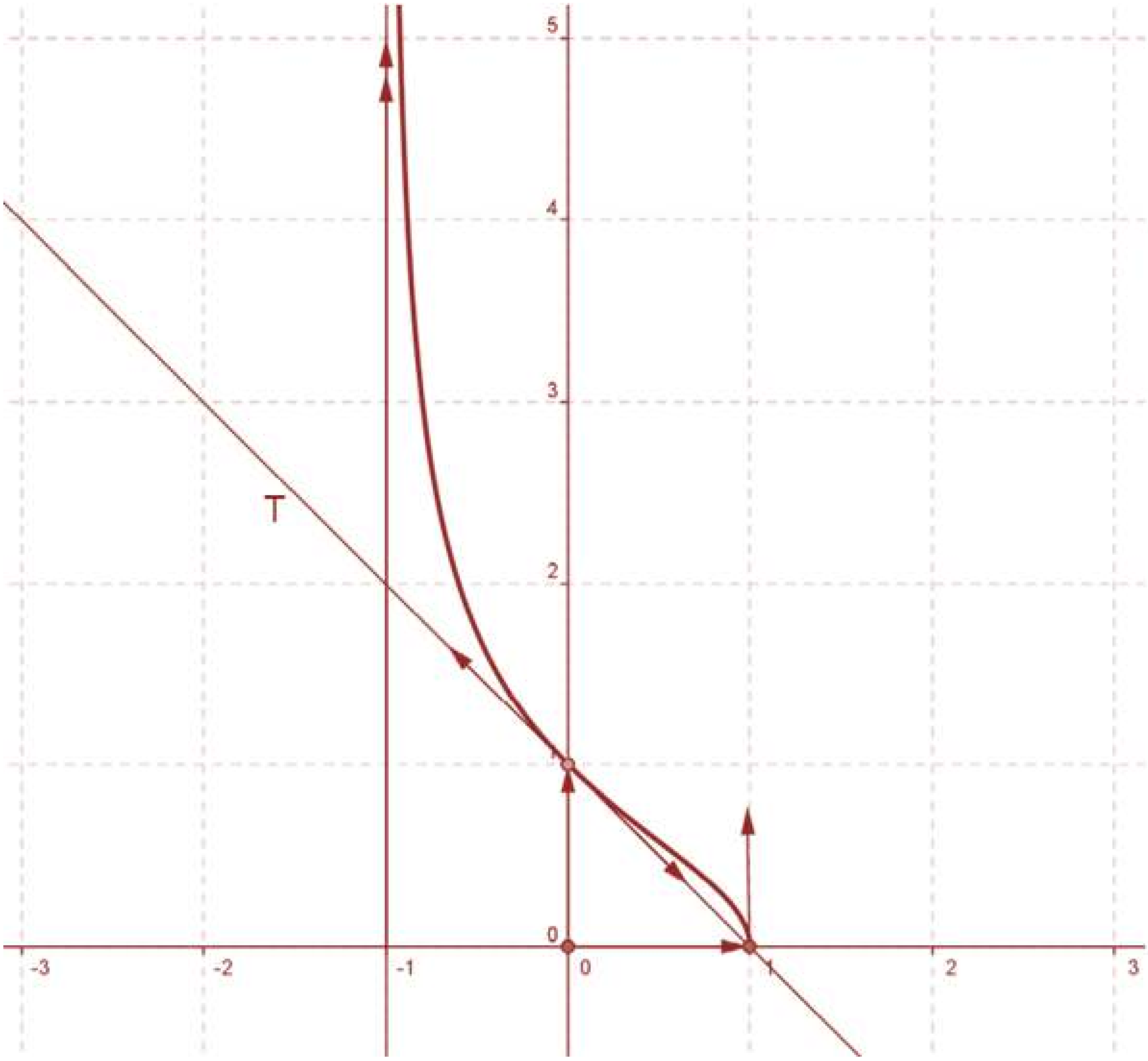
| Mathématiques | Devoir de Contrôle n°1 | Lycée Ibn Khaldoun Jammel |
|---|---|---|
| 4 | | 09/11/2016 |
| Afli Ahmed | | |

## Exercice 1 :

On donne ci-dessous la courbe représentative dans un repère orthonormé d'une fonction f définie sur ]-1 ;1[ .
Sur cette courbe on a indiqué la tangente T au point d'abscisse 0 , la demi-tangente au point d'abscisse 1 et l'asymptote verticale d'équation x = -1




1.) En utilisant le graphique :

a. Donner $f(0)$ , $f(1)$ , $\lim_{x\to(-1)^+} f(x)$ , $\lim_{x\to 0} \frac{f(x)-1}{x}$ et $\lim_{x\to 1^-} \frac{f(x)}{x-1}$

b. Donner une équation de la tangente T.

c. Donner f( ]- 1;1] )

2.) On donne pour tout $x \in ]-1;1[$ , $\mathbf{f'(x)} = \frac{-1}{(x+1)\sqrt{1-x^2}}$ .

Soit h la fonction définie sur ]0 ; π[ par **h(x) = f( cosx ).**

a. Calculer $\lim_{x\to \pi^-} h(x)$ .

b. Montrer que h est dérivable sur ]0 ; π[ et calculer h' (x) .

## Exercice 2 :

Soit f la fonction définie sur IR par $\mathbf{f(x) = x^2 - \sin\frac{\pi}{2}x}$.
On désigne par $(C_f)$ sa courbe representative dans un repère orthonormé$(0;\vec{\imath},\vec{\jmath})$ .

1.) Justifier la continuité et la dérivabilité de f sur IR.

2.) a. Montrer qu'il existe un point de $(C_f)$ d'abscisse e appartient à $]0,1[$ tel que la tangente

en ce point est de vecteur directeur $\vec{\imath}$ .

b. Calculer f ' (x) pour tout réel x.

c. Montrer que $f(e) = e^2 - \frac{\sqrt{\pi^2 - 16e^2}}{\pi}$

3.) Montrer que l'équation $2f(x) = 3$ admet une solution $\alpha \in ]1;2[$

## Exercice 3 :

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(0;\vec{u},\vec{v})$,on considère les points A,B,C et E d'affixes respectives : $z_A = 1 - i$ ; $z_B = 3i$ ; $z_C = -3 - 2i$ et $z_E = -i$ .
1.) a. Montrer que ABC est un triangle isocèle et rectangle.

b. Déterminer l'affixe de D tel que : ABDC soit un carré.

2.) Soit f l'application du plan dans lui-même définie par :

$$f : \wp \backslash\{0\} \to \wp$$

$$M(z) \mapsto \mathbf{M'(z')} \text{ tel que } \mathbf{z'} = \frac{z-3i}{iz}$$

a. Déterminer l'ensemble $(E_1)$ des points M(z) tel que z ' soit réel.

b. Montrer que pour tout réel $z \neq 0$ on a : $iz(z' + i) = -3i$.

c. En déduire que si M appartient au cercle $C_{(0,6)}$ de centre O et de rayon 6 alors

M' appartient à un cercle que l'on précisera.

3.) On suppose que $z = 3ie^{2i\theta}$ où $\theta \in [0;\pi[$

a. Montrer que $z' = 2\sin\theta e^{-i\theta}$.

b. Déterminer θ pour que M' soit sur le cercle trigonométrique.

## Exercice 4 :

Soit u la suite définie sur ℕ par : $\mathbf{u_0 = -2 \text{ et } u_{n+1} = \frac{4u_n + 3}{u_n + 6}}$
1.) a. Montrer que pour tout ∈ ℕ, $-2 \leq u_n \leq 1$.

b. Montrer que u est convergente et calculer sa limite.

2.) Soit la suite v définie sur ℕ par $\mathbf{v_n = \frac{u_n + 3}{u_n - 6}}$

a. Montrer que la suite v est géométrique de raison $q = \frac{7}{3}$

b. Exprimer $v_n$ puis $u_n$ en fonction de n.

c. Retrouver la limite de $(u_n)$.