L- Mateur | **Devoir de contrôle n°1** | Prof : Talbi Rachid

Classe :4 | Durée : 2H | Le 20 / 11 / 2014

EXERCICE 1 (4pts)

La figure ci-contre est la courbe d'une fonction f définie sur IR $\backslash\{-2,1\}$.

1) Déterminer par une lecture graphique :

a) $f(0)$ et $f(2)$

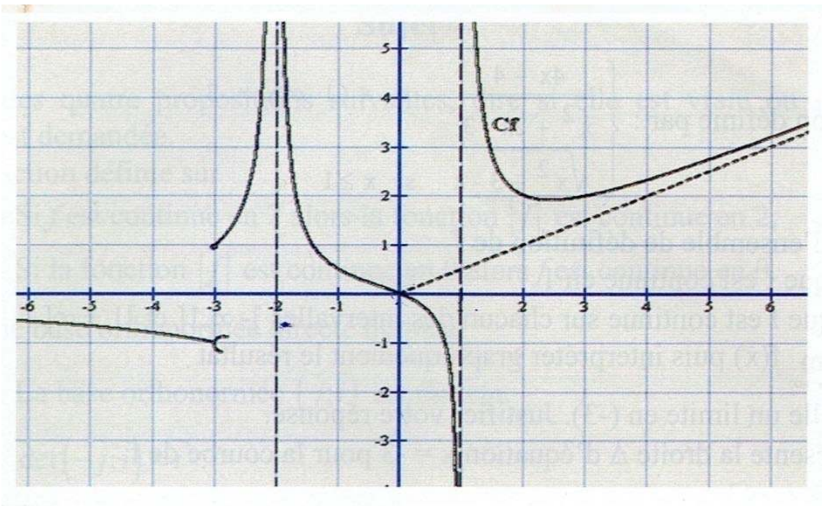
b) $\lim_{x\to -2} f(x)$, $\lim_{x\to 1^+} f(x)$, $\lim_{x\to 1^+} \frac{1}{f(x)}$ et $\lim_{x\to 0^+} f(\frac{\sqrt{x}-x}{\sqrt{x}})$

c) $f(]-2\,,1[)$

2) a) f est-elle continue en -3 ? Justifier votre réponse.

b) Dresser le tableau de variation de f sur $]-2\,,+\infty[$

3) Déterminer le signe de $f(x)$ sur IR $\backslash\{-2,1\}$.



EXERCICE 2 (5pts)

Soit f la fonction définie par : $f(x) = x + \sqrt{1 - \frac{1}{x}}$ sur $\mathrm{I} =]-\infty\,,0[$.

1) a) Vérifier que f est bien définie sur I.

b) Calculer $\lim_{x\to 0^-} f(x)$, $\lim_{x\to -\infty} f(x)$ et $\lim_{x\to -\infty} \frac{f(x)}{x}$

2) a) Vérifier que f est continue sur I.

b) Montrer que f est strictement croissante sur I.

3) a) Etudier la position de (C_f) par rapport à Δ: $y = x + 1$

b) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique $\alpha \in \left]-\frac{3}{2}\,,-\frac{5}{4}\right[$

c) Donner un encadrement de α d'amplitude 10^{-1} prés.

4) Donner le signe de $f(x)$ sur I.

EXERCICE 3 (5pts)

Soit (u_n) la suite définie sur IN par : $u_n = n(\frac{1}{2})^{n-1}$

1) Calculer u_0 et u_1

2) a) Montrer que $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2n}$, $\forall n \in IN^*$

b) En déduire que $\frac{u_{n+1}}{u_n} \leq \frac{3}{4}$, $\forall n \geq 2$

c) En déduire que la suite (u_n) est décroissante.

3) a) Montrer par récurrence que $u_n \leq (\frac{3}{4})^{n-2} \times u_2$, $\forall n \geq 2$

b) Calculer alors $\lim_{n\to+\infty} u_n$

EXERCICE 4 (6pts)

$(O, \vec{u}, \vec{v})$ un repère orthonormé direct.

Soient les points B et C d'affixes respectives : $z_B = \sqrt{3} - i$ et $z_C = 1 + i\sqrt{3}$

1) a) Ecrire z_B et z_C sous forme exponentielle.

b) Construire les points B et C à la règle et au compas dans le repère $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

2) a) Vérifier que $\frac{z_C}{z_B} = i$

b) Montrer que OBC est un triangle rectangle et isocèle.

3) a) Déterminer l'affixe du point A pour que ABOC est un carré.

b) Déterminer l'affixe z_Ω du point Ω le centre de $ABOC$.

4) Déterminer l'ensemble $\Delta = \{ M(z) ; |z - z_A| = |z - iz_B| \}$

BON TRAVAIL