



Durée: 2.h

Exercice N°1: (4 pts)

Pour chacune des questions suivantes une seule réponse proposée est exacte. L'exercice consiste à choisir la réponse exacte sans justification.

1) Soit x un réel. le nombre complexe Z défini par $Z = \frac{x-i}{x+i}$ a pour module :

- a) $\frac{x-1}{x+1}$ b) 1 c) $\sqrt{\frac{x^2-1}{x^2+1}}$

2) Soit A, B et C trois points distincts vérifiant : $Z_C - Z_A = 7(Z_B - Z_A)$ alors :

- a) A, B et C sont alignés b) $AB=7AC$ c) Le triangle ABC est rectangle en A

3) Si $f(x) = x^2 + 3x + 1$ et $g(x) = \frac{x+1}{x-1}$ alors $\lim_{x \rightarrow 1^-} fog(x) =$

- a) 3 b) $-\infty$ c) $+\infty$

4) Soit f la fonction dont le tableau de variation est le suivant

x	$-\infty$	2	$+\infty$
f(x)	5		$+\infty$
		-4	

i) $f(\square) =$

- a) $]5, +\infty[$ b) $[-4, +\infty[$ c) $]-4, +\infty[$

ii) l'équation $f(x) = 3$ admet sur \square

- a) deux solutions b) une unique solution c) zéro solution

Exercice N°2: (5 pts)

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $(o; \vec{u}; \vec{v})$.

A, B, D, M et M' sont les points d'affixes respectives : i, 2, -i, z (différent de 2) et $z' = \frac{z-i}{iz-2i}$

1/a) Montrer que $|iz-2i| = BM$

b) Dédire que $|z'| = \frac{AM}{BM}$

c) Déterminer l'ensemble des points M' lorsque M décrit la médiatrice de [AB]

2/a) Montrer que $(z'+i)(iz-2i) = 2-i$

b) Dédire que $M'D.BM = \sqrt{5}$

c) Déterminer l'ensemble des points M' lorsque M varie sur le cercle $\zeta_{(B;2)}$

Exercice N°3: (5 pts)

On donne dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct (O, \vec{u}, \vec{v}) les points A, B et C d'affixes respectives $Z_1 = e^{i\theta}$; $Z_2 = 2 \cos \theta$ et $Z_3 = \overline{Z_1}$ avec $\theta \in \left] 0, \frac{\pi}{2} \right[$

1/ Déterminer l'ensemble des points A lorsque θ décrit $\left] 0, \frac{\pi}{2} \right[$

2/ Donner la forme exponentielle de $\frac{Z_1}{Z_3}$. En déduire la nature du triangle OAC

3/a) Montrer que le quadrilatère OABC est un losange
b) Déterminer θ pour que OABC soit un carré

Exercice N°4: (6 pts)

Soit f la fonction est définie par : $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2 + 4} - 2}{x} & \text{si } x < 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \\ \frac{x^2 \sin\left(\frac{2}{x}\right)}{1+x} & \text{si } x > 0 \end{cases}$

1/a) Montrer que pour tout $x \in]0, +\infty[$ on a : $\frac{-x^2}{1+x} \leq f(x) \leq \frac{x^2}{1+x}$

b) Déduire la limite de f à droite en 0
c) Montrer que f est continue en 0

2/a) Montrer que $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \sin\left(\frac{2}{x}\right) = 2$. En déduire $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

b) Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

3/

a) Montrer que pour tout x de $]-\infty, 0[$ on a : $f(x) \in]-\infty, 0[$

b) Justifier que la fonction $x \mapsto f \circ f(x)$ est bien définie sur $]-\infty, 0[$

