

Exercice N°1 : Pour chaque question, une seule des 3 propositions est exacte. Laquelle ?

1. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{x^2 + 9} - 3}{x} =$ a) 0 b) $+\infty$ c) $-\infty$
2. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^3 + 8x^2 + 2x - 4}{2x^2 + 5x + 2} =$ a) -3 b) -2 c) -1
3. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{2x^2 - 1}$ a) $+\infty$ b) $-\infty$ c) 0
4. L'équation $x^3 + 3x + 2 = 0$ admet une solution unique α dans : a) $] -1, -0.9[$ b) $] -0.8, -0.7[$ c) $] -0.6, -0.5[$

Exercice N°2 :

Dans le plan complexe muni d'un repère ON direct (O, \vec{u}, \vec{v}) on considère les points A(-i) et B(1+i).

A tout point M(z) distinct de A, on associe le point M'(z') tel que $z' = \frac{-iz + i - 1}{z + i}$.

- 1) Déterminer l'ensemble des points M(z) tel que $z' \in \mathbb{R}$.
- 2) a) Montrer que $OM' \cdot AM = BM$.
b) Dédire que si M décrit la médiatrice de [AB] alors M' décrit un cercle que l'on précisera.
- 3) a) Montrer que pour tout $M \neq A$, on a : $(\vec{u}, \overrightarrow{OM'}) \equiv -\frac{\pi}{2} (\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}) [2]$.
b) Dédire que si M décrit la droite $(AB) \setminus \{A\}$, alors M' varie sur une droite que l'on précisera.

Exercice N°3 :

Soit $\theta \in]0, \pi[$. Soit les nombres complexes $a = 1 + i$, $b = 1 + e^{i\theta}$ et $c = 1 - e^{i\theta}$.

- 1) Ecrire a, b et c sous forme exponentielle.
- 2) Soient les points M_1 et M_2 d'affixes respectives $z_1 = a \cdot b$ et $z_2 = a \cdot c$.
a) Montrer que A est le milieu du segment $[M_1M_2]$.
b) Ecrire z_1 et z_2 sous forme exponentielle.
- 3) a) Calculer les distances OA, AM_1 et AM_2 . En déduire que le triangle OM_1M_2 est rectangle.
b) Montrer que le triangle OM_1M_2 est inscrit dans un cercle que l'on précisera.
- 4) Déterminer la valeur de θ pour que l'aire du triangle OAM_1 soit égale à 0,25.

Exercice N°4 : Soit f la fonction définie sur \mathbb{R}^* par :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2 + 9} - 3}{x} & \text{si } x < 0 \\ \frac{x^2 \sin(2/x)}{x + 1} & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

- 1) a) Montrer que pour tout réel $x > 0$, on a : $\frac{-x^2}{x + 1} \leq f(x) \leq \frac{x^2}{x + 1}$.
b) En déduire la limite de f à droite en 0.
c) Déterminer la limite de f en 0. En déduire un prolongement par continuité de f en 0.
- 2) a) Montrer que f est continue sur $]0, +\infty[$.
b) Montrer que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$.
- 3) Soit g la fonction définie sur $]1, +\infty[$ par $g(x) = f\left(\frac{1}{x - 1}\right)$.
a) Montrer que g est continue sur $]1, +\infty[$.
b) Calculer $\lim_{x \rightarrow 1^+} g(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$.